

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 367

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

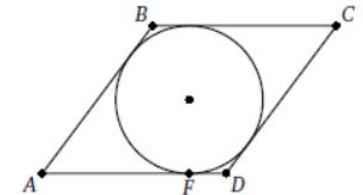
1. Решите уравнение $(x^2 - 9)(\sqrt{3 - 2x} - x) = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

2. В группе шесть человек, среди них – Михаил и Олег. Группу случайным образом делят на 3 пары. Найти вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной паре.

Ответ: _____.

3. В ромб ABCD вписана окружность, касающаяся стороны AD в точке F. Известно, что $AF = 4 \cdot FD$. Найдите косинус острого угла ромба.

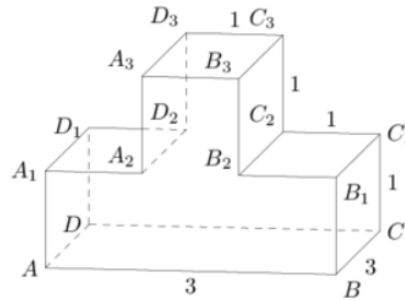


Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$

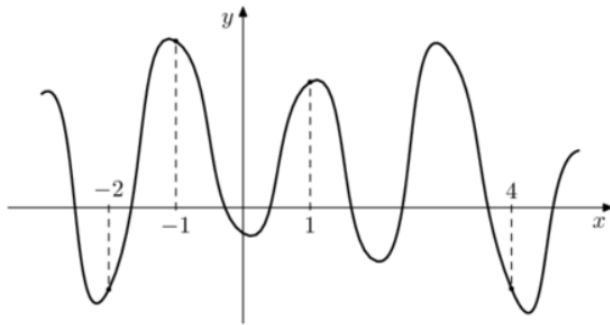
Ответ: _____.

5. На рисунке изображен многогранник, все двугранные углы которого прямые. Найдите квадрат расстояния между вершинами A и C₃.



Ответ: _____.

6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки -2, -1, 1, 4. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

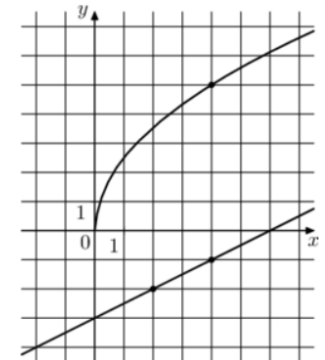
7. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, где t - время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 240$ °/с, фаза $\varphi = -120^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже, чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

8. Из пункта A в пункт B вышел грибник, через час из A в B вышел турист, скорость которого на 25% больше скорости грибника, а еще через час после этого из A в B вышел спортсмен, скорость которого на 60% больше скорости туриста. Грибник и турист прибыли в пункт B одновременно. На сколько минут раньше прибыл в пункт B спортсмен?

Ответ: _____.

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A. Найдите ординату точки A.



Ответ: _____.

10. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира, а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определен жребием. Всего в турнире 16 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5. Среди игроков два друга – Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

Ответ: _____.

11. Найти наибольшее значение функции $y = \frac{2}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$ на промежутке $[-2; 2]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\frac{2(\cos x + \sqrt{3})}{\operatorname{ctg} x} = \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} x$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; 0]$

13. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро которого равно 3, проведено сечение через вершину V и середины ребер $A_1 D_1$ и $C_1 D_1$.

А) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью BCC_1

Б) Найдите объем пирамиды, основанием которой является сечение куба, а вершиной – точка D .

14. Решите неравенство: $(\sqrt{2} - 1)^{\frac{x}{x-4}} > (3 - 2\sqrt{2})^{\frac{1}{2x(x-4)}}$

15. Трейдер потратил треть своих денег на приобретение акций одного АО, а остальные деньги – на акции второго АО. Спустя три месяца цены акций обоих АО выросли на определенные для каждого АО проценты, а еще через три месяца цены акций выросли на столько же процентов, что и в предыдущий период. В результате за полгода общая стоимость акций трейдера выросла на 98%. Если бы после первых трех месяцев трейдер продал все акции первого АО по новой цене и на все полученные деньги приобрел бы акции второго АО, то общий прирост инвестиций за полгода составил бы 110%. Какой процент прибыли получит трейдер за полгода, вложив всю сумму в акции первого АО?

16. Площадь треугольника ABC равна 10; площадь треугольника AHV , где H – точка пересечения высот, равна 8. На прямой CH взята такая точка K , что треугольник ABK – прямоугольный.

А) Доказать, что $S_{ABK}^2 = S_{ABC} \cdot S_{AHB}$

Б) Найти площадь треугольника ABK

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 2x^2 + (5a - 8)x + 2a^2 - 10a + 8 \leq 0 \\ |2x - 2a - 1| \leq 3 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

18. А) Приведите пример четырёхзначного числа, произведение цифр которого в 10 раз больше суммы цифр этого числа.

Б) Существует ли такое четырёхзначное число, произведение цифр которого в 175 раз больше суммы цифр этого числа?

В) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр которых в 50 раз больше суммы цифр этого числа.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.