

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 362

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $11^{79} \cdot \left(\frac{1}{11}\right)^x \cdot \left(\frac{1}{11}\right)^{\sqrt{x+11}} = 1$

Ответ: _____.

2. Найдите вероятность того, что случайно выбранное трехзначное число делится на 34.

Ответ: _____.

3. Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся (в последовательном порядке) как 4 : 7 : 9. Найдите большую сторону этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 338.

Ответ: _____.

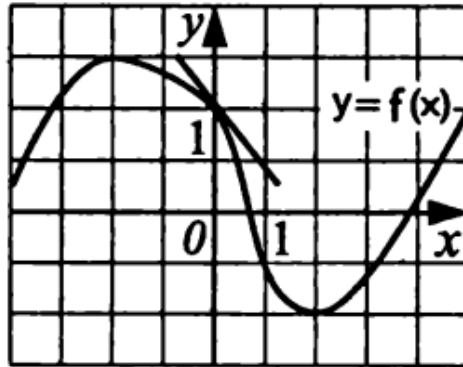
4. Вычислите $\sin 55^\circ \cdot \sin 1185^\circ \cdot \operatorname{tg} 405^\circ$.

Ответ: _____.

5. В основании пирамиды лежит прямоугольник. Плоскости двух боковых граней перпендикулярны к плоскости основания, а две другие боковые грани образуют с основанием углы 30° и 45° . Найдите диагональ прямоугольника, если высота пирамиды равна 4.

Ответ: _____.

6. На рисунке изображены участки графика функции $y = f(x)$ и касательной к нему в точке с абсциссой $x = 0$. Известно, что данная касательная параллельна прямой, проходящей через точки графика с абсциссами $x = -2$ и $x = 2$. Используя это, найдите значение производной $f'(0)$.



Ответ: _____.

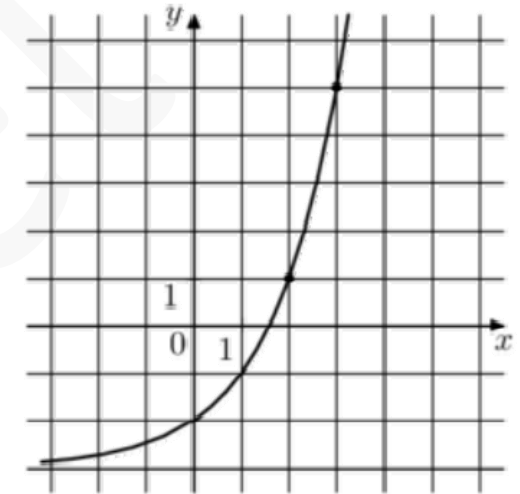
7. Автомобиль, масса которого равна $m = 1200$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S = 300$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенное в это время к автомобилю, можно вычислить по формуле $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 1800 Н. Ответ выразите в секундах.

Ответ: _____.

8. Готовясь к олимпиаде по математике, школьник за 10 недель прорешал 700 задач. Приобретая опыт, он в каждую последующую неделю, начиная со второй, решал на 10 задач больше, чем в предыдущую. Какое количество задач успеет прорешать школьник за остающиеся до олимпиады 4 недели, если будет увеличивать количество еженедельно решаемых задач прежним образом?

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите $f(6)$.



Ответ: _____.

10. Васе нужно забить в дубовую доску гвоздь. Если гвоздь стальной, то он согнется с вероятностью 0,1, а если гвоздь медный, то он согнется с вероятностью 0,3. На столе вперемешку лежат 6 стальных и 4 медных гвоздя. Вася берет первый попавшийся гвоздь со стола и пытается забить его в доску. Найдите вероятность того, что этот гвоздь не согнется.

Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{3x - \pi}{\pi} \cdot \cos x - \frac{3}{\pi} \cdot \sin x + 21$ на отрезке $[0; 2\pi]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\sqrt{3} \sin^2 2x - 2 \sin 4x + \sqrt{3} \cos^2 2x = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 1]$

13. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ со стороной основания $\sqrt{3}$ и боковым ребром 1.

а) Докажите, что плоскости ACA_1 и B_1CE_1 перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями B_1CE_1 и ABC .

14. Решите неравенство: $(x-1)(2 \log_3^2 x - 5 \log_3 x + 2) < 0$

15. Билл несколько лет назад вложил деньги в акции некоего предприятия. Ежегодно он получал прибыль по акциям сначала $9\frac{1}{11}\%$ в год, потом $37,5\%$ в год и, наконец, $6\frac{2}{3}\%$ в год и сразу же вкладывал деньги в те же акции. Известно, что одинаковые процентные ставки сохранялись равное число лет, в результате стоимость акций увеличилась на 156% . Определите, сколько лет Билл получал прибыль по акциям.

16. Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , BC и AD – основания трапеции.

а) Докажите, что $\frac{S_{\Delta ABO}}{S_{\Delta AOD}} = \frac{BC}{AD}$.

б) Найдите площадь трапеции, если $AD = 4BC$, $S_{\Delta AOB} = 2$

17. Найдите все значения параметра, a , при каждом из которых уравнение:

$$\frac{a}{25^x} - a = 2 - \frac{25^{-2x}}{5}$$

имеет ровно 2 корня, хотя бы один из которых не менее 0,5.

18. Натуральные числа от 1 до n в порядке возрастания записаны в строчку. Под ними записаны те же числа в другом порядке. Можно ли добиться того, что сумма каждого числа и записанного под ним была бы точным квадратом:

а) при $n = 7$;

б) при $n = 12$;

в) при $n = 2015$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.