

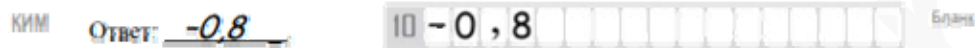
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 318

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

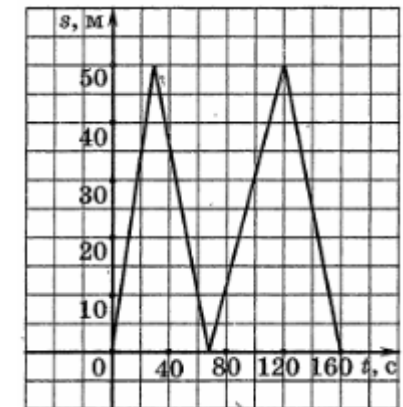
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В начале первой недели в пруд запустили 9 инфузорий. К концу каждой недели карась съедает 6 инфузорий, после чего каждая оставшаяся инфузория делится на 3 части. Сколько инфузорий будет в пруду в начале 31-й недели?

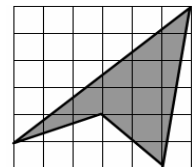
Ответ: _____.

2. На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображен график зависимости расстояния s (в метрах) между пловцом и точкой старта от времени движения t (в секундах) пловца. Определите по графику, за какое время пловец преодолел первые 110 метров



Ответ: _____.

3. Из картонного листа размером 0,6 м х 0,6 м, изображенного на рисунке, нужно вырезать закрашенный четырехугольник. Найдите его массу (в граммах), если известно, что плотность картона равна 160 г/м²



Ответ: _____.

Часть 2

4. Лампы определенного типа выпускают только два завода. Среди продукции первого завода 2% бракованных ламп, среди продукции второго – 3%. Известно, что при случайном выборе вероятность купить неисправную лампу этого типа равна 0,024. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа произведена на первом заводе.

Ответ: _____.

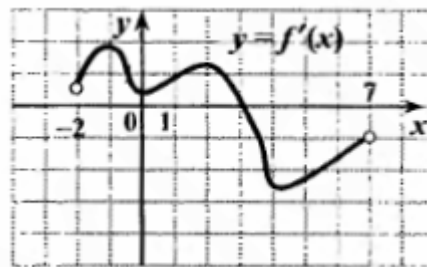
5. Найдите произведение всех различных корней уравнения: $\log_3 x - 6\log_x 9 = 3$

Ответ: _____.

6. Длины диагоналей трапеции равны 9 и 12, а длина ее средней линии равна 7,5. Найдите площадь трапеции.

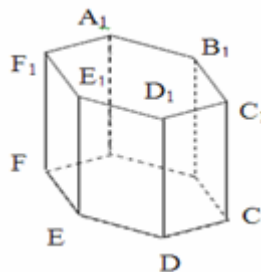
Ответ: _____.

7. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-2; 7)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку x_0 , в которой функция $f(x)$ принимает наибольшее значение.



Ответ: _____.

8. Найдите объем правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, если известно, что объем многогранника с вершинами в точках E, B_1, A_1, F_1, E_1 равен 12.



Ответ: _____.

9. Найдите значение выражения $\log_5 81 \cdot \log_3 49 \cdot \log_7 125$

Ответ: _____.

10. Автомобиль, масса которого равна $m=2400$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S=480$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 4 кН. Ответ выразите в секундах.

Ответ: _____.

11. Два велосипедиста с постоянными скоростями стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы. Через 10 минут после старта один из велосипедистов в первый раз догнал другого. Через какое время после старта первый велосипедист во второй раз догонит другого? Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \log_2 x \cdot \log_2(16x) + 14$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - \sin 2x) = x$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $x \in \left[\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$

14. На боковом ребре SA правильной треугольной пирамиды SABC взята точка D, через которую проведено сечение пирамиды, пересекающее апофемы граней SAC и SAB в точках M и N. Известно, что прямые DM и DN образуют углы β с плоскостью

основания пирамиды, а величины углов DMS и DNS равны α , $\left(\alpha < \frac{\pi}{2} \right)$.

а) Докажите, что секущая плоскость параллельна ребру BC

б) Найдите угол MDN, если $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$

15. Решите неравенство $\log_{(x+3)}(2(x^2 - 10x + 24)) \geq \log_{(x+3)}(x^2 - 9)$

16. Окружность с центром O, вписанная в прямоугольный треугольник ABC, касается гипотенузы AB в точке M, а катета AC – в точке N, $AC < BC$. Прямые MN и CO пересекаются в точке K.

а) Докажите, что угол CKN в два раза меньше угла ABC

б) Найдите BK, если $BC = 2\sqrt{2}$

17. 15 декабря планируется взять кредит в банке на 480 тысяч рублей на 27 месяцев.

Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа первые два месяца и последний месяц долг должен уменьшиться на a тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на b тысяч рублей.

Найдите a , если всего было выплачено банку 656,4 тысяч рублей ?

18. Найдите все значения параметра p , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 18px + 77p^2 \leq 0 \\ (x - 324)^2 \geq (29p)^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Имеется прямоугольная таблица размером $M \times N$, заполненная числами 0 и 1, обладающая следующими свойствами. Во-первых, в каждой строке и в каждом столбце есть хотя бы один элемент, равный 1. Во-вторых, нет ни одной пары одинаковых строк, а также ни одной пары одинаковых столбцов. Таблицы, обладающие этими свойствами, назовем «хорошими».

Две таблицы назовем эквивалентными в том (и только в том) случае, если из одной из них можно получить другую путем перестановки строк и/или столбцов. Приведем пример двух эквивалентных таблиц размером 3×3 .

1	1	1
1	1	0
0	1	0

1	0	1
0	0	1
1	1	1

Вторая таблица получается из первой сначала перестановкой в ней 1-й и 3-й строк, потом 2-го и 3-го столбца в полученной таблице, а затем 1-й и 2-й строки в последней полученной таблице.

а) Сколько существует различных попарно неэквивалентных «хороших» таблиц размером 2×3 ?

б) Укажите количество всех таблиц, эквивалентных «хорошей» таблице

1	1	0
1	0	1
0	1	1

в) Какое максимальное число столбцов может быть в «хорошей» таблице, содержащей M строк?