

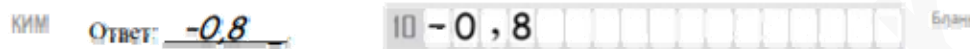
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 312

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем переносятся в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

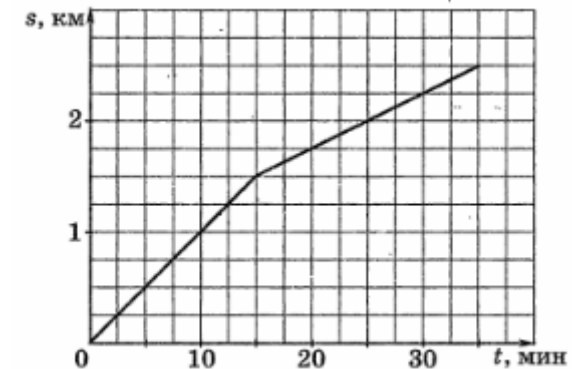
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Цена товара изменилась три раза, первый раз повысилась на 40%, второй раз повысилась на 25%, а в результате трехкратного изменения повысилась всего на 96%. На сколько процентов изменилась цена в третий раз?

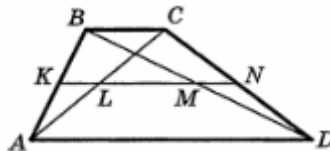
Ответ: _____.

2. Турист во время прогулки сначала шел по ровной проселочной дороге, а потом дорога пошла в гору. На рисунке изображен график его движения. По вертикальной оси откладывается длина пройденного им пути, а по горизонтальной – время движения. Определите, с какой скоростью турист шел в гору. Ответ выразите в км/ч.



Ответ: _____.

3. В трапеции ABCD с основаниями AD=22 и BC=8 см проведена средняя линия KN, которая пересекает диагонали AC и BD в точках L и M соответственно. Найдите длину отрезка LM.



Ответ: _____.

4. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найдите вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (в градусах), принадлежащий промежутку $[270^\circ; 360^\circ]$

Ответ: _____.

6. Найдите площадь правильного двенадцатиугольника, если его сторона равна $6\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

Ответ: _____.

7. Под каким углом пересекаются касательные к графикам функций $y = \cos x$ в точке $x_0 = \frac{3\pi}{2}$ и $y = -\sqrt{3} \cos x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$? Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

8. Полная поверхность усеченного конуса равна 572π м², а длины радиусов оснований равны 6 м и 14 м. Определить (в метрах) длину высоты усеченного конуса.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\cos 2t - \sqrt{3} \sin\left(\frac{15\pi}{2} - t\right)$ при $t = \frac{11\pi}{6}$

Ответ: _____.

10. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 50$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 12$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее, чем в 26,5 км от города. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

11. Два станка одновременно начали штамповать детали с производительностью 70 деталей в минуту каждый. Через час пустили в работу третий станок. В этот момент первый станок снизил свою производительность на 10 деталей в минуту. Через некоторое время на третьем станке было сделано столько деталей, сколько было к тому моменту на первом, а еще через 3,5 часа он сравнялся по числу сделанных деталей со вторым. Найдите, сколько деталей в минуту штампует третий станок.

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{\ln(2x-3)}{2} + 3x - x^2$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $2^{-\cos 2x} + 2\sqrt{2} = 5 \cdot 2^{\sin^2 x - \frac{3}{4}}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$

14. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ стороны основания равны 2, а боковые ребра равны 4. Точка N – середина отрезка AC.

- а) Докажите, что плоскость $NA_1 D$ делит сторону AB основания призмы в отношении 2:1
 б) Найдите расстояние от вершины A до плоскости $NA_1 D$.

15. Решите неравенство: $\log_{\sqrt[3]{9x}} \sqrt{\frac{x^3}{3}} + \log_{\sqrt[3]{3x^2}} \sqrt{27x} \leq 3$

16. В остроугольном треугольнике ABC проведены биссектриса AD и медиана BE. Точки M и N являются ортогональными проекциями на сторону AB точек D и E

соответственно, причем $\frac{AM}{MB} = \frac{9}{1}; \frac{AN}{NB} = \frac{2}{3}$.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный
 б) Найдите отношение $\frac{AD^2}{BE^2}$.

17. Фабрика, производящая пищевые полуфабрикаты, выпускает блинчики со следующими начинками: ягодная, творожная и мясная. В данной ниже таблице приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.

Вид начинки	Себестоимость за 1 тонну	Отпускная цена за 1 тонну	Производственные возможности
ягоды	70 тыс.руб.	100 тыс. руб.	90 тонн в мес.
творог	100 тыс. руб.	135 тыс.руб.	75 тонн в мес.
мясо	145 тыс. руб.	145 тыс.руб.	60 тонн в мес.

Для выполнения условий ассортимента, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль, которую может получить фабрика от производства блинчиков за 1 месяц.

18. (Задача предложена Д.Сверак *sverak_fm*) Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{(x^2 - 4x + a)^3}{2} = (a - 4x)(3x^4 + (a - 4x)^2)$$

имеет единственное решение на промежутке $(-2 - \sqrt{2}; 0]$

19. (Задача предложена Д.Сверак *sverak_fm*) В ячейках таблицы 5 на 9 расставлены натуральные числа, среди которых ровно 33 нечетных. Александра рассматривает пары соседних ячеек, имеющих общую сторону. Если произведение чисел в паре четно, наша героиня считает такую пару зачетной.

- А) Может ли в таблице быть ровно 22 зачетные пары?
 Б) Может ли в таблице быть ровно 49 зачетных пар?
 В) Какое наибольшее число зачетных пар может быть в таблице?