

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 307

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

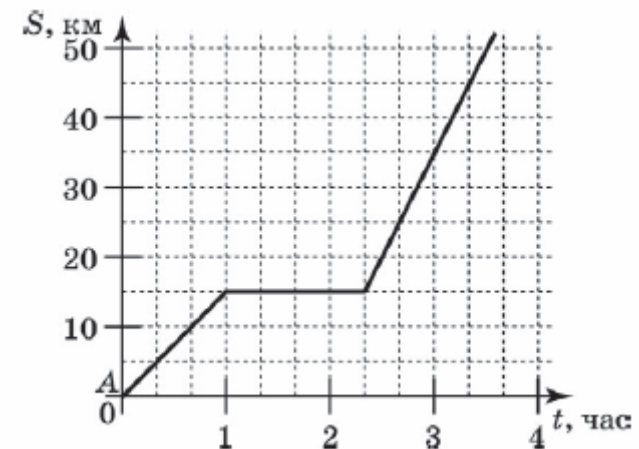
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Для распечатки 302 страниц были использованы две копировальные машины. Первая работала 8 минут, вторая 10 минут. Сколько страниц в минуту печатает первая машина, если первая печатает в минуту на 4 страницы больше, чем вторая?

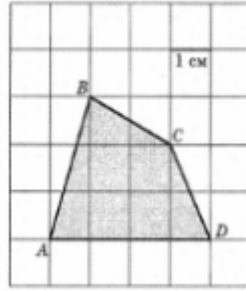
Ответ: _____.

2. На рисунке изображен график, описывающий прямолинейное движение автомобиля. По горизонтальной оси отложено время (в часах), по вертикальной — расстояние от пункта А (в километрах). Известно, что через 180 минут после начала движения автомобиль достиг пункта В и продолжил движение. Определите расстояние в километрах между пунктами А и В.



Ответ: _____.

3. Найдите площадь четырехугольника ABCD. Размер каждой клетки 1 см x 1 см. Ответ выразите в квадратных см.



Ответ: _____.

4. Петя и Таня независимо друг от друга загадывают по одной цифре. С какой вероятностью сумма этих цифр окажется больше 16?

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $(0,2)^{x+3} = \frac{1}{5} \cdot (0,04)^x$

Ответ: _____.

6. Найдите периметр параллелограмма ABCD, если $AD=10$, $BD=8$, а отрезок, соединяющий вершину B с серединой стороны AD, равен $\sqrt{15}$.

Ответ: _____.

7. Наблюдение за космическим телом показало, что расстояние S (в километрах) между этим телом и Землей увеличивается по закону $S = 1,8 \cdot 10^5 + 0,5 \cdot 10^5 \sqrt{t}$, где t — время в секундах от момента начала наблюдения. Через сколько секунд после начала наблюдения скорость удаления тела от Земли составит 10^3 км/с?

Ответ: _____.

8. Точки M и N расположены на окружностях верхнего и нижнего основания цилиндра, радиус основания которого равен 2, а высота — 3. Длина отрезка MN равна 4. Через отрезок MN проведена плоскость, параллельная образующей цилиндра. Найдите расстояние от оси цилиндра до этой плоскости.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$

Ответ: _____.

10. Плоский замкнутый контур площадью $S=0,5 \text{ м}^2$, находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\varepsilon = aS \cos \alpha$, где α — острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Тл/с}$ — постоянная, S — площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м^2). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать 10^{-4} В ?

Ответ: _____.

11. Первый раствор содержит 20% азотной кислоты и 80% воды, второй — 60% кислоты и 40% воды. Первая смесь была получена из 15 л первого раствора и некоторого количества второго раствора. Смешав то же самое количество второго раствора с 5 л первого раствора, получили вторую смесь. Сколько литров второго раствора было использовано для приготовления первой смеси, если процентное содержание воды во второй смеси вдвое больше процентного содержания кислоты в первой?

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = \left| \sqrt{-x^2 + 6x - 5} - 3 \right| + \sqrt{-x^2 + 6x - 5} + x^3 + 6x^2$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sqrt{\sin^2 x + 3 \sin x - \frac{17}{9}} = -\cos x$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$

14. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S через сторону основания AB проведена плоскость, делящая боковые ребра противоположной грани пополам.

а) Докажите, что плоскость сечения делит грань SCD на части, площади которых относятся как 1:2

б) Найдите площадь сечения пирамиды этой плоскостью, если сторона основания равна 1, а высота пирамиды равна $\frac{3}{2}$

15. Решите неравенство: $\frac{2^x + 8}{2^x - 8} + \frac{2^x - 8}{2^x + 8} \geq \frac{2^{x+4} + 96}{4^x - 64}$

16. Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность единичного радиуса. Известно, что

$$AB = \sqrt{2}; \angle ABE = \frac{\pi}{4}; \angle EBD = \frac{\pi}{6}; BC = CD.$$

а) Докажите, что центр окружности лежит на одной из диагоналей пятиугольника

б) Найдите площадь пятиугольника

17. Химический комбинат получил заказ на изготовление этилового спирта, соляной кислоты и дистиллированной воды. Для готовой продукции потребовалась 21 железнодорожная цистерна. При перекачивании были использованы три специализированных насоса: сначала первый насос наполнил четыре цистерны этиловым спиртом, затем второй насос наполнил шестнадцать цистерн соляной кислотой и в завершение третий насос наполнил одну цистерну дистиллированной водой. Найдите минимально возможное время, затраченное на перекачивание всех продукции, если известно, что суммарная производительность всех насосов равна семи

цистернам в сутки.

18. Найдите все значения параметра $a \in [-6; 6]$ при которых неравенство $(a+3) \cdot ((x+1)(a+2) + 3x) > 0$

выполняется при любых $x \geq 0$.

19. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник размера $m \times n$ клеток и проведена его диагональ. Все вершины прямоугольника лежат в узлах сетки и стороны прямоугольника не пересекают клетки.

а) Через сколько узлов сетки пройдет диагональ, если $m = 100, n = 64$

б) На сколько частей эта диагональ делится линиями сетки, если $m = 195, n = 221$

в) Найдите m и n , если известно, что числа m и n взаимно простые, $m < n$ и диагональ этого прямоугольника не пересекает ровно 2020 клеток этого прямоугольника.