

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 304

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

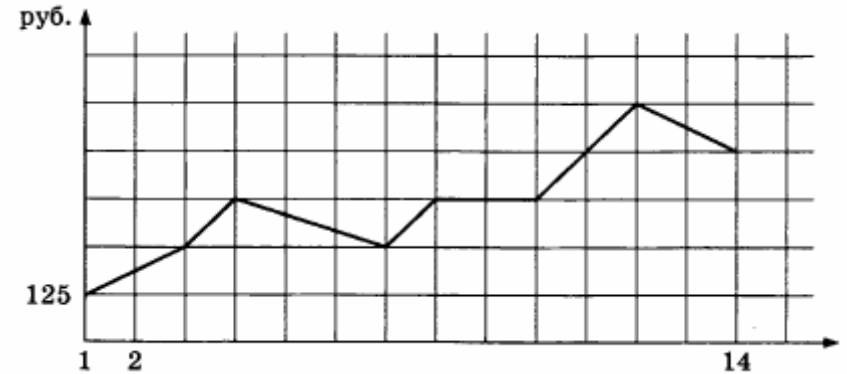
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Зарботная плата инженера на 70% больше зарботной платы рабочего. Компания планирует уволить трех инженеров и нанять рабочих. Какое максимальное число рабочих может нанять компания, не увеличивая общий фонд зарботной платы?

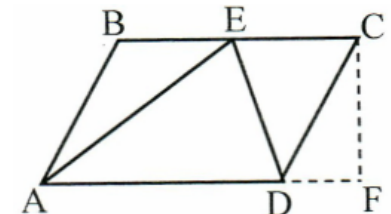
Ответ: _____.

2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели апреля. В первую неделю апреля бизнесмен купил 14 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль он мог получить? Ответ дайте в рублях.



Ответ: _____.

3. В параллелограмме ABCD AE – биссектриса, CF ⊥ AF AB=5 см, AD=12 см, AF=15 см. Найдите площадь треугольника ABE в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

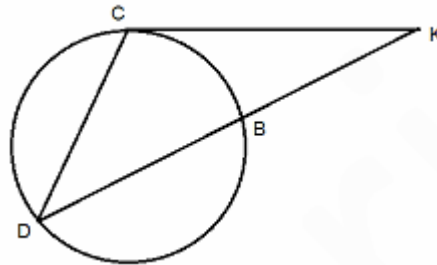
4. Наугад выбирают два числа из отрезка $[0;1]$. Найдите вероятность того, что их сумма заключена между $\frac{1}{4}$ и 1.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $5^{|4x-6|} = 25^{3x-4}$. Если корней несколько, в ответе укажите меньший корень.

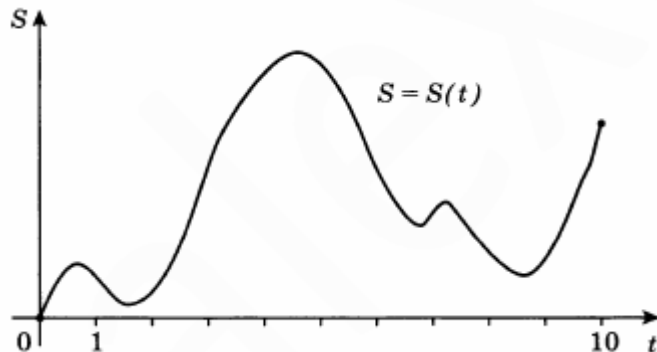
Ответ: _____.

6. На окружности в последовательном порядке заданы точки В, С, D. Касательная к окружности, проведенная через точку С и продолжение хорды DB пересекаются в точке К. Найдите хорду DC, если $\angle DKC = 60^\circ$; $KB : BD = 4 : 5$, $KC = 12$. В ответе укажите значение $DC \cdot \sqrt{7}$.



Ответ: _____.

7. Материальная точка М начинает движение из точки А и движется по прямой на протяжении 10 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки А до точки М со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние S в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки М обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



Ответ: _____.

8. Площадь сечения правильной треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через боковое ребро и середину противоположной стороны основания, равна 15. Найдите объем пирамиды, если сторона ее основания равна 4.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\frac{7\sqrt{4\sin^2 x - 4\sin x + 1}}{2\sin x - 1} + \frac{9\sqrt{4\cos^2 x - 4\cos x + 1}}{1 - 2\cos x} + \frac{\sqrt{28x - 16x^2 - 12}}{\sqrt{7x - 4x^2 - 3}}$$

Ответ: _____.

10. Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой $m_в$ (в килограммах) от температуры t_1 до температуры t_2 (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы $m_{др}$ кг.

Он определяется формулой $\eta = \frac{c_в m_в (t_2 - t_1)}{q_{др} \cdot m_{др}} \cdot 100\%$, где $c_в = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) –

теплоёмкость воды, $q_{др} = 8,3 \cdot 10^6$ Дж/кг – удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть $m = 83$ кг воды от 10°C до кипения при 100°C , если известно, что КПД кормозапарника не больше 21%. Ответ выразите в килограммах.

Ответ: _____.

11. Пункты А, В, С и D расположены на одной прямой в указанной последовательности. Пешеход выходит из пункта А со скоростью 5 км/час и направляется в пункт D. Достигнув пункта D, он поворачивает обратно и доходит до пункта В, затратив на всю дорогу 5 час. Известно, что расстояние между А и С он прошел за 3 часа, а расстояния между А и В, В и С, С и D (в заданном порядке) образуют геометрическую прогрессию. Найдите расстояние между В и С в километрах.

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 2 \cos x - 16x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sqrt{1 - \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)} = -\cos x + 8 \sin(x - \pi)$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

14. В правильном тетраэдре ABCD с ребром, равным 6, точки M и N – середины ребер AB и CD.

- а) Докажите, что угол между прямыми MN и BC равен 45°
 б) Найдите расстояние между прямыми MN и AD.

15. Решите неравенство $\frac{6 - \log_{16}(x^4)}{3 + 2 \log_{16}(x^2)} < 2$

16. В трапеции ABCD основания $AD = 39, BC = 26$. Длины боковых сторон $AB = 5, CD = 12$. Окружность проходит через точки A и B и касается прямой CD.

- а) Докажите, что продолжения боковых сторон трапеции пересекаются под прямым углом.
 б) Найдите радиус окружности.

17. За время хранения вклада в банке проценты по нему начислялись ежемесячно сначала в размере 5% в месяц, затем $11\frac{1}{9}\%$, потом $7\frac{1}{7}\%$ и, наконец, 12% в месяц. Известно, что под действием каждой процентной ставки вклад находился целое число месяцев, а по истечении срока хранения первоначальная сумма вклада увеличилась на 180%. Определите срок хранения вклада.

18. Найдите все значения a , при которых наименьшее значение функции $y = |x + 4| + |2x - a|$ меньше 3.

19. Написаны три различных натуральных числа. Затем написаны три различных попарных произведения этих чисел и произведение всех трех исходных чисел. Сумма полученных семи чисел оказалась равной 1514.

- а) Может ли хотя бы одно из исходных чисел быть нечетным?
 б) Может ли одно из исходных чисел быть больше чем число 200?
 в) Найдите три исходных числа.