

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 303

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

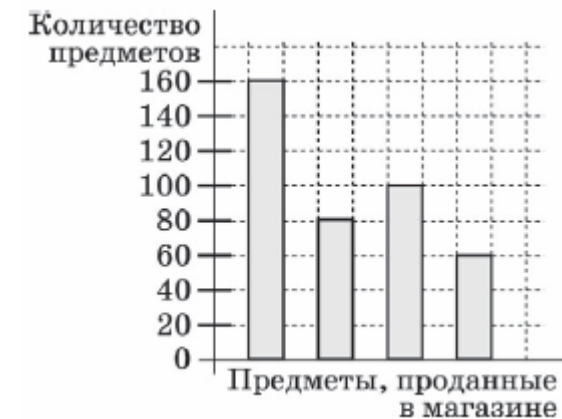
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Некоторая сумма, большая 1000 рублей, была помещена в банк, и после первого года хранения проценты, начисленные на вклад, составили 400 рублей. Владелец вклада добавил на счет еще 600 рублей. После второго года хранения и начисления процентов сумма на вкладе стала равной 5500 рублям. Какова была первоначальная сумма вклада в рублях, если процентная ставка банка для первого и второго годов хранения была одинакова?

Ответ: _____.

2. На диаграмме показано число ручек, карандашей, линеек и ластиков, проданных магазином за одну неделю. Названия предметов отсутствуют на данной диаграмме. Ручки продавались наиболее часто. Ластиков было продано меньше, чем любых других предметов. Карандашей было продано больше, чем линеек. Сколько линеек было продано?



Ответ: _____.

3. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 52, средняя линия равна 21. Найдите боковую сторону трапеции.

Ответ: _____.

4. На плоскости нарисованы две концентрические окружности, радиусы которых 3 см и 5 см. Какова вероятность того, что точка, брошенная наудачу в больший круг, попадет в кольцо, образованное этими окружностями?

Ответ: _____.

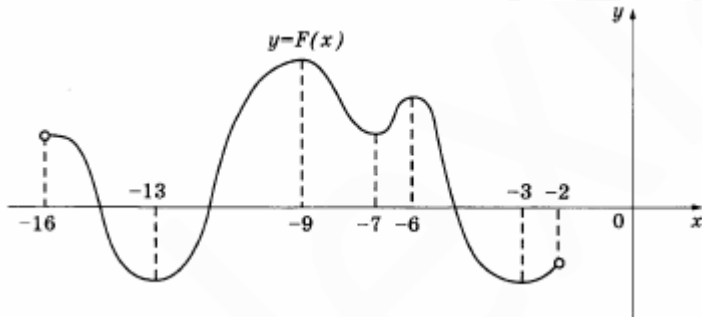
5. Решите уравнение $1 + \log_9(x+1)^2 = \log_3(3x+9)$

Ответ: _____.

6. В трапеции ABCD с основаниями BC и AD из точки M, середины стороны CD, проведен к стороне AB перпендикуляр BM длиной 6 см. Найдите периметр трапеции, если AB=9 см и CD=8 см.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график первообразной $y = F(x)$ некоторой функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-16; -2)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-10; -4]$



Ответ: _____.

8. Через точку окружности основания цилиндра проведены два сечения: одно через ось цилиндра, а второе параллельно ей. Угол между плоскостями сечений равен 45° . Площадь боковой поверхности цилиндра равна $18\pi\sqrt{2}$. Найдите меньшую из площадей данных сечений.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{2\sqrt{7} + \sqrt{63} - \sqrt{175}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

Ответ: _____.

10. Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 2700$ кг – их общая масса, D (в метрах) – диаметр колонны. Считая ускорение свободного падения g равным 10 м/с^2 , а π равным 3, определите наименьший возможный диаметр колонны (в метрах), если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400 000 Па.

Ответ: _____.

11. Два поезда выехали одновременно в одном направлении из городов А и В, расположенных на расстоянии 60 км друг от друга, и одновременно прибыли на станцию С. Если бы один из них увеличил свою скорость на 25 км/ч, а другой – на 20 км/ч, то они прибыли бы одновременно на станцию С, но на 2 часа раньше. Найдите скорости поездов в км/ч, в ответе укажите их сумму.

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = (2 - \cos^2 x - \cos^4 x)(1 + \operatorname{ctg}^2 x)$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение
$$\frac{4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)(\cos x - 1) + 3}{\sqrt{\sin x}} = 0$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 4\pi]$

14. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания в два раза меньше высоты призмы.

а) Докажите, что расстояние от точки O_1 - пересечения диагоналей основания $A_1 B_1 C_1 D_1$ до плоскости BDC_1 в три раза меньше высоты призмы

б) Найдите расстояние между прямыми $C_1 O$ и AB , если сторона основания призмы равна 1, где O - пересечения диагоналей основания $ABCD$

15. Решите неравенство
$$\frac{\log_{x-1}(6x-1)}{(0,125 \cdot \log_3^3 x^2 - \log_3 x) \cdot (\log_3(x-2) - 1)} \geq 0$$

16. Два одинаковых правильных треугольника ABC и CDE расположены на плоскости так, что имеют только одну общую точку C , и угол BCD меньше, чем $\frac{\pi}{3}$.

Точка K – середина отрезка AC , точка L – середина отрезка CE , точка M – середина отрезка BD .

а) Докажите, что треугольник KLM - равносторонний

б) Найдите длину отрезка BD , если площадь треугольника KLM равна $\frac{\sqrt{3}}{5}$, а сторона треугольника ABC равна 1.

17. Для заполнения бассейна используют 2 насоса. Известно, что если включить первый на 1 ч, а затем только второй на 4 ч, бассейн будет заполнен не меньше чем на четверть и не более чем на 40%. Если включить первый на 3 ч, затем только второй на 2 ч, бассейн будет наполнен не меньше чем на 30% и не больше чем наполовину. На сколько процентов максимально может наполнить бассейн один первый насос за 1 час?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых число корней уравнения $|x^2 - 5x + 6| = a$ равно наименьшему значению выражения

$$|x - a| + |2x - a| + 4|x - 1| + 1$$

19. Про натуральное число n известно, что оно делится на 17, а число, полученное из числа n вычеркиванием последней цифры, делится на 13.

а) Приведите пример такого числа n

б) Сколько существует трехзначных чисел n ?

в) Найдите наибольшее шестизначное число n .