

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 299

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

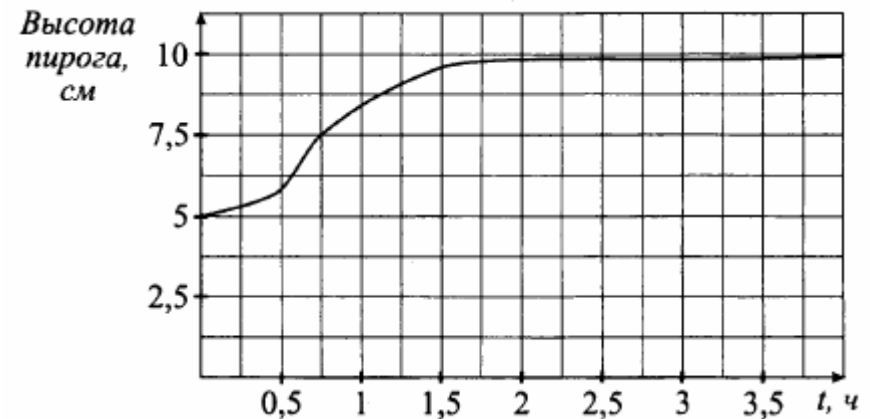
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. С двух полей, первое из которых по площади вдвое меньше второго, собрали урожай свёклы. Средняя урожайность составила 150 ц/га, в то время, как на первом поле собрали по 156 ц/га. Какова урожайность свёклы на втором поле?

Ответ: \_\_\_\_\_.

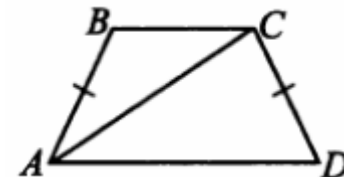
2. На рисунке показан график зависимости высоты пирога от времени его нахождения в духовке. По горизонтальной оси откладывается время в часах, по вертикальной – высота в см. Пока пирог не поднимется хотя бы в 1,5 раза, духовку открывать нельзя. Определите по графику, через какое минимальное время можно будет открыть духовку. Ответ дайте в часах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Основания равнобедренной трапеции равны 9 и 21, боковая сторона 10. Найдите длину диагонали трапеции.

Ответ: \_\_\_\_\_.



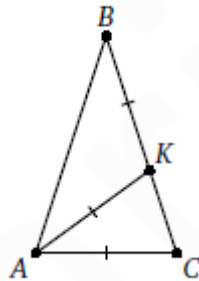
4. Из полной колоды карт (52 листа) вынимают сразу две карты. Одну из них смотрят – она оказалась дамой. После этого две вынутые карты перемешивают и одну из них берут наугад. Найти вероятность того, что она окажется тузом. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $\log_{\sin \frac{\pi}{4}}(x+2) = 4$

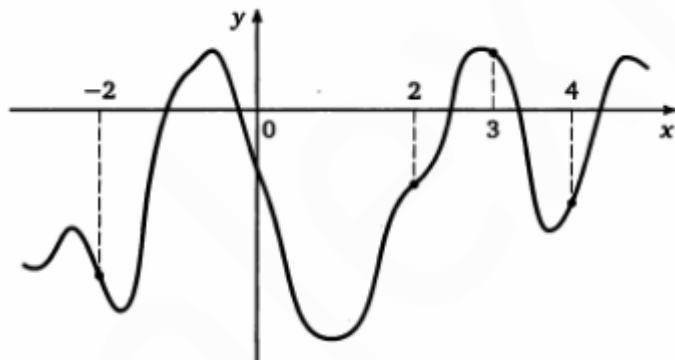
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. На боковой стороне CB равнобедренного (AB=BC) треугольника ABC выбрана точка K. Оказалось, что CA=AK=KB. Найдите  $\angle ABC$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены точки -2;2;3;4. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Цилиндрическая кастрюля, диаметр дна которой равен 30 см, наполнена водой. Какое минимальное число кастрюль той же высоты и с диаметром дна, равным 15 см, потребуется для того, чтобы перелить в них эту воду?

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $\left(3^{\sqrt{7}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{5}}\right)^{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \rho g l^3$ , где  $l$  – длина ребра куба в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  – плотность воды, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ Н/кг}$ ). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 33750 Н? Ответ выразите в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Три автоматические линии выпускают одинаковую продукцию, но имеют разную производительность. Производительность всех трёх одновременно действующих линий в 1,5 раза выше производительности первой и второй линий, работающих одновременно. Сменное задание для первой линии вторая и третья линии, работая одновременно, могут выполнить на 4 ч 48 мин быстрее, чем его выполняет первая линия; это же задание вторая линия выполняет на 2 ч быстрее по сравнению с первой линией. Найти время выполнения первой линией своего сменного задания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = (x-2)(x-1)(x+1)(x+2)$$

на отрезке  $[-1; 2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13.** а) Решите уравнение  $\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} \cdot \cos x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{\pi}{4}; \pi\right]$

**14.** Основанием пирамиды  $SABCD$  является прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $BC=2AB$ . Диагонали прямоугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Отрезок  $SO$  является высотой пирамиды  $SABCD$ . Из вершин  $A$  и  $C$  опущены перпендикуляры  $AP$  и  $CQ$  на ребро  $SB$ .

а) Докажите, что  $BP:PQ=1:3$

б) Найдите двугранный угол пирамиды при ребре  $SB$ , если  $SB=BC$ .

**15.** Решите неравенство  $\frac{\log_{0,2}(x-2)}{(4^x - 8)(|x| - 5)} \geq 0$

**16.** Окружность с центром на диагонали  $AC$  трапеции  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ) проходит через вершины  $A$  и  $B$ , касается стороны  $CD$  в точке  $S$  и пересекает основание  $AD$  в точке  $E$  так, что  $CD = 6\sqrt{13}$ ,  $AE = 8$ .

а) Найдите площадь трапеции  $ABCD$

б) Прямые  $CD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $Q$ . Найдите  $BQ$ .

**17.** Завод закупает станки двух типов, на приобретение которых выделено 34 млн. рублей. Станок первого типа занимает площадь  $7 \text{ м}^2$  (с учетом проходов), производит за смену 5000 единиц продукции и стоит 4 млн. рублей. Станок второго типа занимает площадь  $4 \text{ м}^2$  (с учетом проходов), производит за смену 3000 единиц продукции и стоит 3 млн. рублей. Станки должны быть размещены на площади, не превышающей  $50 \text{ м}^2$ . Сколько станков каждого типа нужно приобрести, чтобы производить за смену наибольшее количество продукции?

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = a(x-3) \\ \frac{1}{\log_x 2} + \frac{1}{\log_y 2} = 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

**19.** Имеется 2 млн. рублей, которые надо полностью истратить на покупку путевок в дома отдыха. Путевки есть на 15, 27 и 45 дней. Стоимость их соответственно 21 тыс. руб., 40 тыс. руб. и 60 тыс. руб.

а) Можно ли купить 15 путевок первого типа?

б) Какое наименьшее возможно число путевок второго типа можно купить?

в) Сколько и каких путевок надо купить, чтобы сделать число дней отдыха наибольшим?