

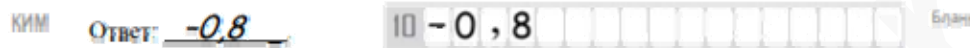
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 296

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. На склад привезли 126 тонн яблок, груш и слив. Яблок оказалось в 4 раза больше, чем груш. Слив на 18 тонн меньше, чем груш. Сколько тонн яблок привезли на склад?

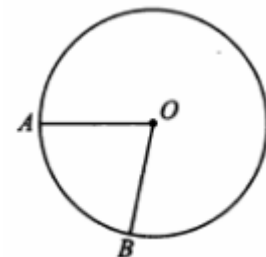
Ответ: _____.

2. На графике показано изменение давления в паровой турбине после запуска. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат – давление в атмосферах. Определите по графику, сколько минут давление было больше 5 атмосфер.



Ответ: _____.

3. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 78^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 39 мм. Найдите длину большей дуги в мм.



Ответ: _____.

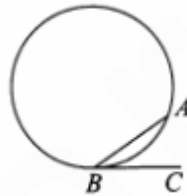
4. В урне 5 белых и 6 черных шаров. Из урны вынули один шар и, не глядя, отложили в сторону. После этого из урны взяли еще один шар. Он оказался белым. Найдите вероятность того, что первый шар, отложенный в сторону, - тоже белый.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $\left|4 - x^2\right| - x^2 = 1$. В ответе укажите сумму корней этого уравнения.

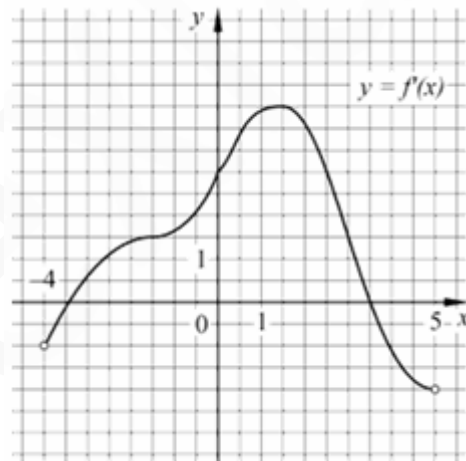
Ответ: _____.

6. На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 72° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



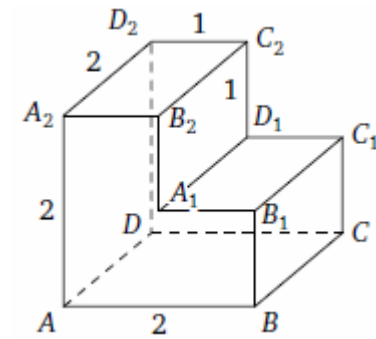
Ответ: _____.

7. На рисунке изображён график производной функции $y = f'(x)$, определённой на интервале $(-4; 5)$. Найдите сумму абсцисс точек экстремума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

8. Найдите расстояние между вершинами B_1 и D_2 изображённого на рисунке многогранника. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{7ab}{a+4b} \cdot \left(\frac{a}{4b} - \frac{4b}{a}\right)$ при $a = 4\sqrt{3} + 8; b = \sqrt{3} - 5$

Ответ: _____.

10. Дверь люка устроена так, что может поворачиваться в шарнире без трения, удерживается в горизонтальном положении тросом. Сила натяжения троса рассчитывается по формуле: $F = \frac{mg}{2} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$, где m — масса двери, выраженная в килограммах, $g = 9,8$ Н/кг, ускорение свободного падения, $\alpha = 30^\circ$ — угол, образованный тросом и дверью. Какую максимальную массу может иметь дверь, чтобы сила натяжения троса не превосходила 245Н?

Ответ: _____.

11. Грузовик и гоночный автомобиль выехали одновременно из пункта A и должны прибыть в пункт C. Грузовик, двигаясь с постоянной скоростью, доехал до пункта C, проделав путь, равный 360 км. Гоночный автомобиль поехал по окружной дороге и сначала доехал до пункта B, расположенного в 120 км от пункта A, двигаясь со скоростью, вдвое большей скорости грузовика. После пункта B он увеличил свою скорость на 40 км/ч и проехал путь от пункта B до пункта C, равный 1000 км. Он прибыл в пункт C на 1 час 15 минут позднее грузовика. Если бы гоночный автомобиль весь свой путь от пункта A до пункта C ехал с той же скоростью, что и от пункта B до пункта C, то в пункт C он прибыл бы на 1 час позднее грузовика. Найти скорость грузовика.

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 2(x - 20)\sqrt{x + 7} + 5$ на отрезке $[-6; 2]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. (Д.Сверак *sverak_fm*)

а) Решите уравнение $\left(1 + \sin \frac{\pi}{7}\right)^{3 - \cos 2x} = \left(\sin \frac{\pi}{14} + \cos \frac{\pi}{14}\right)^{10 \sin x}$

б) Найдите корни этого уравнения, по абсолютной величине не превышающие $1,5\pi$

14. (Д.Сверак *sverak_fm*) Объем куба $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$ с нижним основанием $ABCD$ равен

27. Над плоскостью верхнего основания отмечена точка E такая, что $BE = \sqrt{41}$ и $CE = 5\sqrt{2}$.

а) Докажите, что плоскость ABB_1 проходит через точку E

б) Найдите расстояние от точки D_1 до плоскости EBC , если объем $EA_1B_1C_1$ в 2 раза меньше объема $EBCD_1$

15. (Д.Сверак *sverak_fm*) Решите неравенство:

$$4^{2x-1} + \frac{1}{4} \log_2^2 2x > \left(\log_2 \frac{1}{x} - 2^{2x} \right) \cdot \log_2 x$$

16. (Д.Сверак *sverak_fm*) Квадраты $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ (вершины названы по часовой стрелке) совпадают вершинами C и B_1 . Точки O и O_1 – центры квадратов.

а) Докажите, что прямая OO_1 пересекает отрезки A_1B и C_1D под одинаковыми углами.

б) Найдите OO_1 , если $A_1B + C_1D = 12\sqrt{2}$

17. (Д.Сверак *sverak_fm*) Наш добрый герой В. взял в банке кредит в размере 20192020 рублей по очень знакомой схеме:

- в конце очередного месяца пользования кредитом банк начисляет проценты за пользование заемными средствами по специальной ставке данного варианта 2,96%
- в этот же день клиент выплачивает часть долга и сумму начисленных процентов
- после выплаты долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на конец предыдущего месяца

Но дальше все пошло не по сценарию. Наш герой решил каждый месяц, начиная с первого, платить банку сверх прочего дополнительную сумму на погашение долга, при этом долг по-прежнему ежемесячно уменьшался на одну и ту же величину (большую, чем планировалось изначально) до полного погашения. В итоге срок кредита сократился на 52%. На какое **наименьшее** число процентов могла уменьшиться при этом переплата банку?

18. (Д.Сверак *sverak_fm*) Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} y - \ln(x - a) - a = x^2 - 4x + 4 \\ y = \frac{x + |x| \cdot \ln(ex - ea)}{|x|} \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. (Д.Сверак *sverak_fm*) Саша придумала уравнение $n^3 + 13n = k^3 + 273$

а) Может ли данное уравнение иметь натуральные решения при $k = 21$?

б) Может ли данное уравнение иметь натуральные решения при $n \geq 2020$?

в) Найдите все пары $(n; k)$ натуральных чисел, удовлетворяющих уравнению.