

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 285

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем переносятся в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

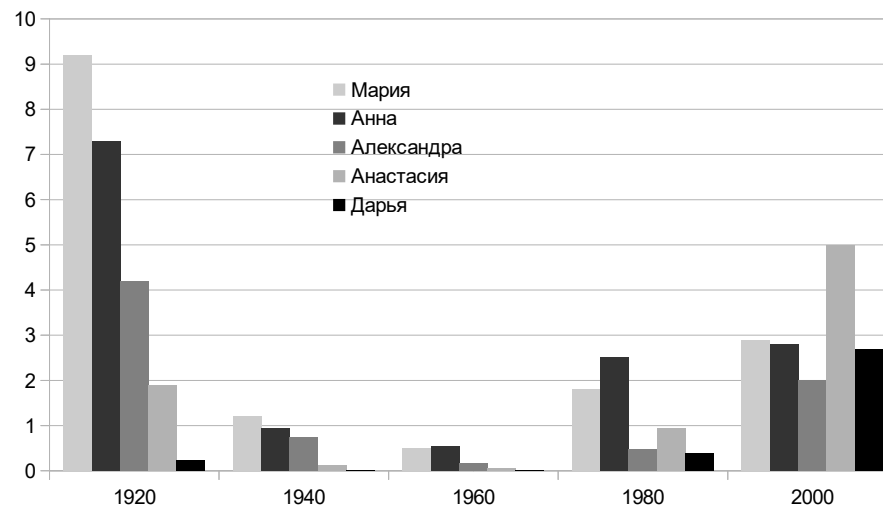
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Московский муравей решил навестить родственников в Санкт-Петербурге и отправился пешком со скоростью 5 см/мин. Во сколько раз быстрее он доберется до Питера, поехав на «Сапсане», если расстояние между Москвой и Санкт-Петербургом равно 648 км, а время поездки на «Сапсане» - 3 часа 45 минут?

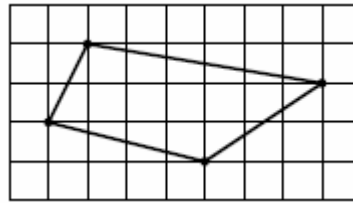
Ответ: _____.

2. На графике отражена доля соответствующего имени в общем числе женских имён. Данные приведены для 5 имён (столбцы слева направо): Мария, Анна, Александра, Анастасия, Дарья. Сколько из этих имён становились самыми распространёнными 2 и более раз?



Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге изображён четырёхугольник. Найдите отношение длин его короткой и длинной диагоналей.



Ответ: _____.

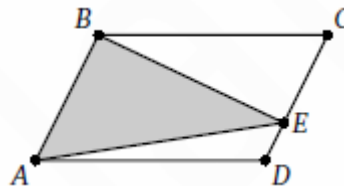
4. Профессор Российского заборостроительного университета Аполлон Иванович подсчитал, что Сюзанна Зайцева отсутствует на его лекциях с вероятностью 0,7, а Виолетта Волкова - с вероятностью 0,8. Вероятность того, что обе девушки присутствуют на лекции равна 0,12. Какова вероятность того, что на следующую лекцию к Аполлону Ивановичу не придет ни Сюзанна, ни Виолетта?

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $\cos \frac{\pi x}{7} = -1$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

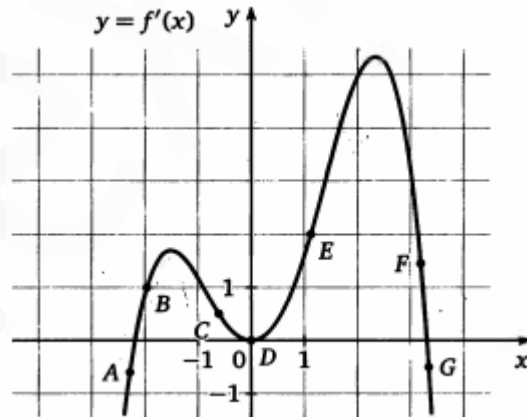
Ответ: _____.

6. На стороне CD параллелограмма ABCD выбрана точка E. Найдите площадь параллелограмма, если площадь треугольника AEB равна 34.



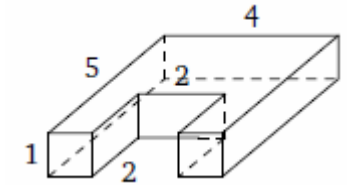
Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$, где $f'(x)$ - производная функции $y = f(x)$, и отмечены 7 точек: A, B, C, D, E, F, G. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам возрастания функции?



Ответ: _____.

8. На рисунке изображена прямая призма. Найдите площадь её полной поверхности, если все двугранные углы прямые.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[24]{a} \cdot \sqrt[48]{a}}{a \cdot \sqrt[16]{a}}$ при $a = 2,5$

Ответ: _____.

10. Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t – время в минутах, $\omega = 45^\circ / \text{мин}$ – начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 6^\circ / \text{мин}^2$ – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1350° . Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

11. На практическом занятии в Российском заборостроительном университете Сюзанна Зайцева и Виолетта Волкова красили забор вокруг здания университета следующим образом – сначала Виолетта прокрашивает полосу 10 см красной краской, затем Сюзанна прокрашивает полосу 10 см синей краской, потом девушки поочередно прокрашивают полосу каждая своим цветом, причем каждая последующая полоса проводится на 10 см шире, чем предыдущая полоса того же цвета. Когда забор был покрашен, оказалось, что Виолетта провела на 1 полосу больше, чем Сюзанна. Сколько полос провела Сюзанна, если длина забора 160 метров?

Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = 2 + 5x - \frac{2}{3}x\sqrt{x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\log_{3-4\cos^2 x}(9-16\cos^4 x) = 2 + \frac{1}{\log_2(3-4\cos^2 x)}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$

14. Дана треугольная пирамида ABCD объемом 40. Через вершину A и середину M ребра BC проведена плоскость, пересекающая ребро BD в точке N. Расстояние от вершины B до этой плоскости равно 4, а площадь треугольника AMN равна 5.

а) Докажите, что точка N делит ребро BD в отношении 1:2, считая от точки B.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC пирамиды, если дополнительно известно, что ребро BD перпендикулярно плоскости ABC и равно 15.

15. Решите неравенство $x^2 \log_4^2 x + 10 \log_3^2 x \leq x \log_4 x \cdot \log_3 x^7$

16. Высоты равнобедренного остроугольного треугольника ABC, в котором AB=BC, пересекаются в точке O. AO=5, а длина высоты AD равна 8.

а) Докажите, что длина стороны AC треугольника ABC равна высоте, опущенной на нее из вершины B.

б) Найдите площадь треугольника ABC.

17. 20 февраля планируется взять кредит в банке на 600 тысяч рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

- первого числа каждого месяца долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца

- со 2 по 19 число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга

- 20 числа каждого с 1 по n -й месяц долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 20 число предыдущего месяца

- за $(n+1)$ -й месяц долг должен быть погашен полностью.

Найдите n , если банку было выплачено 691 тыс. рублей, а долг на 20-е число n -го месяца составлял 100 тыс. рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x^3 + 7x^2 + (13 - 4a)x + 4a^2 - 2a + 8 = 0 \\ x^3 + 5x^2 + (4a + 13)x - 4a^2 - 2a + 8 = 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Сева каждый день заполняет таблицу 3 на 3 клетки числами 0, 2 или 4. При этом он рассчитывает день ото дня решать все более и более амбициозные задачи:

Пн: добиться того, чтобы суммы чисел по строкам были различны

Вт: суммы чисел по строкам и хотя бы в одном из столбцов были различны

Ср: суммы чисел по строкам и хотя бы в двух столбцах были различны

Чт: суммы чисел по строкам и столбцам были различны

Пт: суммы чисел по строкам, столбцам и одной из главных диагоналей были различны

Сб: суммы чисел по строкам, столбцам и обеим главным диагоналям были различны

а) Сможет ли Сева выполнить свой план на Вт, если хорошо постарается?

б) Сможет ли Сева выполнить свой план на Сб, если постарается пуще прежнего?

в) За какие дни Сева точно не сможет выполнить свой план?

(Условие задачи предложено Дмитрием Свераком *sverak_fm*)