

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 278

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

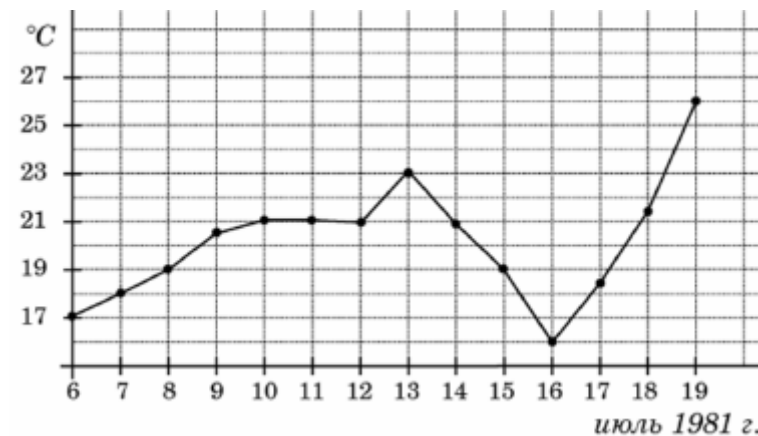
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Для приготовления вишнёвого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Какое наименьшее количество килограммовых упаковок сахара нужно, чтобы сварить варенье из 23 кг вишни?

Ответ: _____.

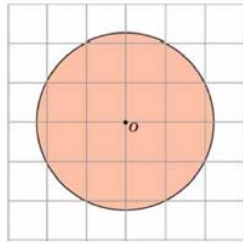
2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией.



Определите по рисунку, какой была наименьшая среднесуточная температура за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

3. Найдите площадь S круга, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.



Ответ: _____.

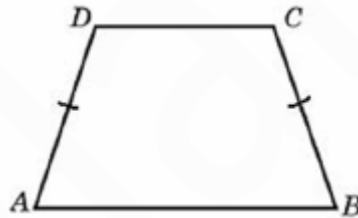
4. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 7, но не дойдя до отметки 1.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $\sqrt{x^3 - 4x^2 + 4x} = 1$. В ответе укажите рациональный корень.

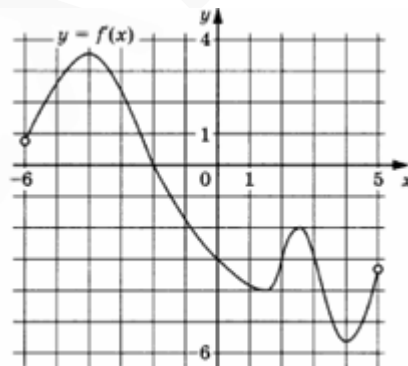
Ответ: _____.

6. Основания равнобедренной трапеции равны 14 и 26, а ее периметр равен 60. Найдите площадь трапеции.



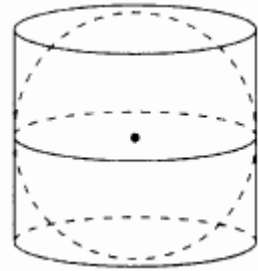
Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -3x + 7$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

8. Шар, объем которого равен 72, вписан в цилиндр. Найдите объем цилиндра.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\sqrt{32} - \sqrt{128} \sin^2 \frac{7\pi}{8}$

Ответ: _____.

10. В сейсмоопасных районах действуют специальные правила монтажа оборудования. В больнице устанавливают медицинский прибор. Корпус прибора имеет форму цилиндра радиусом R см и высотой h см. Прибор стоит на полу и может перевернуться во время землетрясения, если $\mu > \frac{2R}{h}$, где μ - коэффициент трения между корпусом прибора и полом. Если прибор может перевернуться, его нужно дополнительно прикрепить к стене. Какая наибольшая высота корпуса прибора допустима, чтобы можно было обойтись без дополнительного крепления? Радиус корпуса равен 34 см, а коэффициент трения μ равен 0,8. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

11. Пароход, отчалив от пристани А, спустился вниз по течению реки на 60 км до устья впадающего в реку притока и поднялся вверх по притоку (против течения) на 20 км до пристани В. Весь путь от А до В пароход прошёл за 7 часов. Скорость течения реки и скорость течения притока равны 1 км/ч. Найти собственную скорость парохода в км/ч. (Собственная скорость – скорость в неподвижной воде.)

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 21$ на отрезке $[-3; 0]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = -2\cos^2\left(\frac{\pi}{12} + x\right) - 1$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 4. Точки M и N – середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

- а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5:1, считая от точки C .
 б) Найдите периметр многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

15. Решите неравенство $3^{2x^2} + 3^{x^2+2x+5} \geq 10 \cdot 3^{4x+6}$

16. В четырёхугольнике $ABCD$ через каждую его вершину проведена прямая, проходящая через центр вписанной в него окружности. Три из этих прямых обладают тем свойством, что каждая из них делит площадь четырёхугольника на две равновеликие части.

- а) Докажите, что и четвертая прямая обладает тем же свойством.
 б) Какие значения могут принимать углы этого четырёхугольника, если один из них равен 108° ?

17. В июле 2019 года планируется взять кредит в банке на 6 лет в размере 880 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с долгом на конец предыдущего года;
 - с февраля по июнь ежегодно необходимо выплатить по 250 000 рублей;
 - в 2024 и 2025 годах дополнительно производятся выплаты по S рублей;
 - к июлю 2025 года долг будет выплачен полностью
- Найдите S .

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 \operatorname{ctg}^2 x - 9a + a^2 = 4a \sin x$$

имеет хотя бы один корень.

19. Учащиеся 11 классов сдавали тесты по различным предметам. Каждый тест оценивается от 0 до 100 баллов. После получения результатов пятеро друзей решили сравнить полученные баллы. Каждый сдавал русский язык и профильную математику, четверо сдавали физику, трое сдавали информатику, и двое сдавали обществознание. Общая сумма баллов по физике не больше 300, а по информатике – не меньше 220. Сумма баллов по обществознанию оказалась равна сумме двух лучших результатов по физике и информатике.

- а) Мог ли один из друзей не сдать хотя бы один экзамен?
 б) Могли ли двое не сдать какой-то экзамен, если два участника написали обществознание на 87 и 78 баллов?
 в) Какое наибольшее количество участников могли не сдать хотя бы один экзамен, если лучшая работа по физике оценена не более чем в 80 баллов, по информатике – не более 75 баллов, по обществознанию – не менее 90 баллов?
 *) тест считается не сданным, если за него получено 0 баллов