

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 268

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

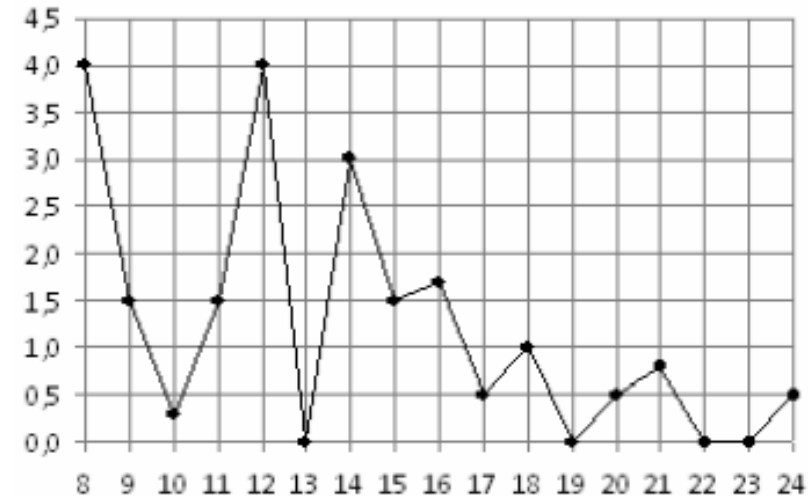
**Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.**

Часть 1

**1.** Показания счётчика электроэнергии 1 февраля составляли 71 181 кВт · ч, а 1 марта - 71 326 кВт · ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за февраль, если 1 кВт · ч электроэнергии стоит 5 рублей 20 копеек? Ответ дайте в рублях.

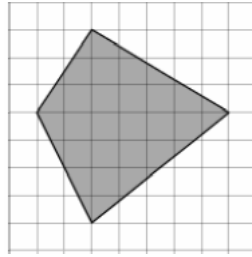
Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** На рисунке точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней во второй половине данного периода выпало менее 1 мм осадков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1x1.



Ответ: \_\_\_\_\_.

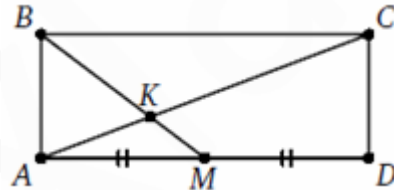
4. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 спортсменов из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Найдите корень уравнения  $\frac{1}{\log_4(2x+1)} = -2$ .

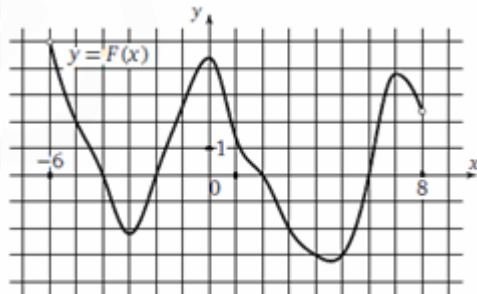
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Стороны прямоугольника  $AB=9$  и  $BC=24$ . Точка  $M$  — середина стороны  $DA$ . Отрезки  $AC$  и  $MB$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите  $BK$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график  $y = F(x)$  одной из первообразных некоторой функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 8)$ . Определите количество целых чисел  $x_i$ , для которых  $f(x_i)$  положительно.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Высота пирамиды равна 9. Найдите объём пирамиды.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $\log_9(\log_3 \sqrt[3]{3})$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. При вращении бидона с водой на верёвке в вертикальной плоскости вода не выливается из него, если сила её давления на дно бидона неотрицательна во всех точках траектории. В верхней точке траектории сила давления воды на дно минимальна и равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$  (Н), где  $m$  — масса воды в кг,  $v$  — скорость движения бидона в м/с,  $L$  — длина веревки в метрах,  $g = 10$  м/с<sup>2</sup> — ускорение свободного падения. С какой минимальной скоростью  $v$  надо вращать бидон, чтобы вода не выливалась из него, если длина веревки равна 48,4 см? Ответ дайте в м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Для консервирования 10 кг баклажан необходимо 0,5 л столового уксуса (10%-й раствор уксусной кислоты). У хозяйки имеется уксусная эссенция (80%-й раствор уксусной кислоты). Сколько миллилитров уксусной эссенции понадобится хозяйке для консервирования 20 кг баклажан?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = -\frac{4x^2 + 4x + 7}{4x^2 + 4x + 3}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $\log_{\sin(-x)}\left(\sin\frac{x}{2} + \sin\frac{3x}{2}\right) = 1$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; 2\pi]$

14. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  с вершиной  $S$  длина перпендикуляра, опущенного из основания  $H$  высоты пирамиды  $SH$  на грань  $SDC$  равна  $\sqrt{6}$ , а угол наклона бокового ребра  $SB$  к плоскости основания равен  $60^\circ$ .

А) Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды  $SABCD$

Б) Через середину высоты  $SH$  пирамиды проведена плоскость, параллельная основанию  $ABCD$ . Найдите отношение площади сечения описанного около пирамиды шара к площади сечения пирамиды этой плоскостью.

15. Решите неравенство  $\log_{5-4x-x^2}(5-9x-2x^2) \leq \log_{1-x}(1-2x)$

16. Отрезок  $KB$  является биссектрисой треугольника  $KLM$ . Окружность радиуса 5 проходит через вершину  $K$ , касается стороны  $LM$  в точке  $B$  и пересекает сторону  $KL$  в точке  $A$ . Известно, что  $ML = 9\sqrt{3}$ ,  $KA : LB = 5 : 6$

А) Найдите угол  $K$  треугольника  $KLM$

Б) Найдите площадь треугольника  $KLM$

17. Малое предприятие выпускает изделия двух типов. Для изготовления изделия первого типа требуется 9 часов работы станка А и 11 часов работы станка Б. Для изготовления изделия второго типа требуется 13 часов работы станка А и 3 часа работы станка Б (станки могут работать в любой последовательности). По техническим причинам станок А может работать не более 130 часов в месяц, а станок Б—не более 88 часов в месяц. Каждое изделие первого типа приносит предприятию 22 000 д. е. прибыли, а каждое изделие второго типа—26 000 д. е. прибыли. Найдите наибольшую возможную ежемесячную прибыль предприятия и определите, сколько изделий первого типа и сколько изделий второго типа следует выпускать для получения этой прибыли.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^3 - (a+3)x^2 + (3a+2)x - 2a \geq 0 \\ x^3 - (a+3)x^2 + 3ax \leq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение

19. Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 16 произвольно делят на три непустые группы. Затем вычисляют значение среднего арифметического чисел в каждой из групп (для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу).

а) Могут ли получиться одинаковыми два из этих трёх значений средних арифметических в группах из разного количества чисел?

б) Могут ли получиться одинаковыми все три значения средних арифметических?

в) Найдите минимальное возможное значение максимального из получаемых средних арифметических.