

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 267

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

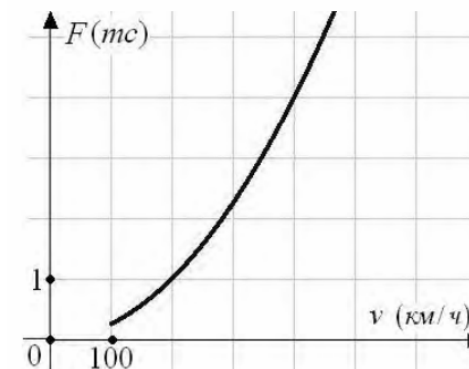
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Зарплата жены составляет 40% дохода семьи из двух человек. На сколько процентов изменился доход семью после того, как зарплату мужа увеличили на 10%?

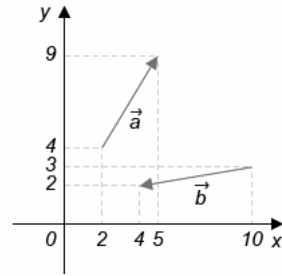
Ответ: _____.

2. Когда самолет находится в горизонтальном полете, подъемная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолета. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат – сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъемная сила (в тоннах силы) при скорости 400 км/ч?



Ответ: _____.

3. Найдите $|\vec{c}|$, если известно, что $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.



Ответ: _____.

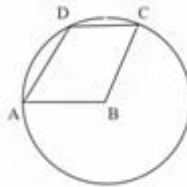
4. Некоторый прибор состоит из трёх блоков. Если в работе одного из блоков происходит сбой, прибор отключается. Вероятность сбоя в течение года для первого и второго блоков составляет по 0,2, а для третьего блока – 0,1. Какова вероятность, что в течение года произойдёт хотя бы одно отключение данного прибора?

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $\log_2(7 - 8x) = 1 + \log_2 x$.

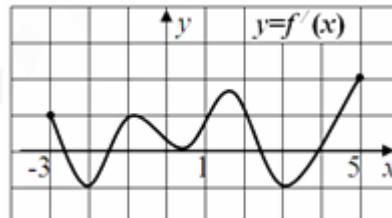
Ответ: _____.

6. В трапеции $ABCD$ ($AB \parallel CD$) угол DCB равен 72° . Окружность с центром в точке B проходит через точки A , D и C . Найдите величину угла ADC . Ответ дайте в градусах.



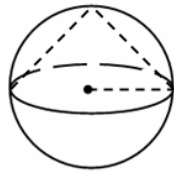
Ответ: _____.

7. Функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[-3; 5]$. На рисунке дан график её производной. Найдите количество точек минимума функции $y = f(x)$.



Ответ: _____.

8. В шар вписан конус так, что центр основания конуса совпадает с центром шара. Найдите объем конуса, если объем шара равен 120.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $3^{\sqrt{8+10}} \cdot 9^{-4-\sqrt{2}}$

Ответ: _____.

10. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 190$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$,

где c — скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы (считайте, что $c = 300$ м/с). Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____.

11. Сколько литров воды необходимо добавить к 0,5л 96%-го раствора спирта, чтобы получить 40%-й раствор спирта?

Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $y = x^3 \cdot e^x$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{6} = \frac{2\operatorname{ctg}x + 3}{\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; \frac{5\pi}{3}\right]$

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 4$; $AD = 6$; $AA_1 = 8$. Точка K , лежащая на ребре AA_1 , удалена от вершины A на 4, расстояние от точки L , лежащей на ребре DD_1 до вершины D равно 2. Точка M лежит на отрезке B_1C , длина MC вдвое больше длины B_1M .

- А) Найдите угол между плоскостью KLM и плоскостью DCC_1
 Б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью KLM .

15. Решите неравенство $\frac{1}{2} \log_{x-1}(x^2 - 8x + 16) + \log_{4-x}(-x^2 + 5x - 4) > 3$

16. Площадь трапеции $ABCD$ равна 6. Пусть E – точка пересечения продолжений боковых сторон этой трапеции. Через точку E и точку пересечения диагоналей трапеции проведена прямая, которая пересекает меньшее основание BC в точке P , а большее основание AD – в точке Q . Точка F лежит на отрезке EC , причем $EF:FC=EP:EQ=1:3$.

- А) Докажите, что прямая EQ точками пересечения делит основания трапеции пополам
 Б) Найдите площадь треугольника EPF .

17. На покупку тетрадей в клетку и в линейку можно потратить не более 140 руб. Тетрадь в клетку стоит 3 руб, тетрадь в линейку – 2 руб. При закупке число тетрадей в клетку не должно отличаться от числа тетрадей в линейку более, чем на 9. Необходимо закупить максимально возможное суммарное количество тетрадей, при этом тетрадей в линейку нужно закупить как можно меньше. Сколько тетрадей в клетку и сколько тетрадей в линейку можно закупить при указанных условиях?

18. При каких значениях параметра a функция

$$f(x) = 4^{-x} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \cdot \frac{5a}{2} + \frac{a^2 + 12}{6}$$

принимает во всех точках отрезка $[-1; 1]$ значения больше 2.

19. Для членов последовательности целых чисел a_1, a_2, \dots, a_{10} при всех натуральных $k \leq 8$ выполняется неравенство $a_k + a_{k+2} > 2a_{k+1}$

- А) Может ли в такой последовательности выполняться равенство $a_{10} = 0$?
 Б) Может ли в такой последовательности выполняться равенство $a_1 + a_{10} = 2a_7$?
 В) Какое наименьшее значение может принимать выражение $a_1 - a_5 - a_6 + a_{10}$?