

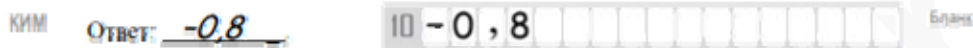
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 239

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.



Желаем успеха!

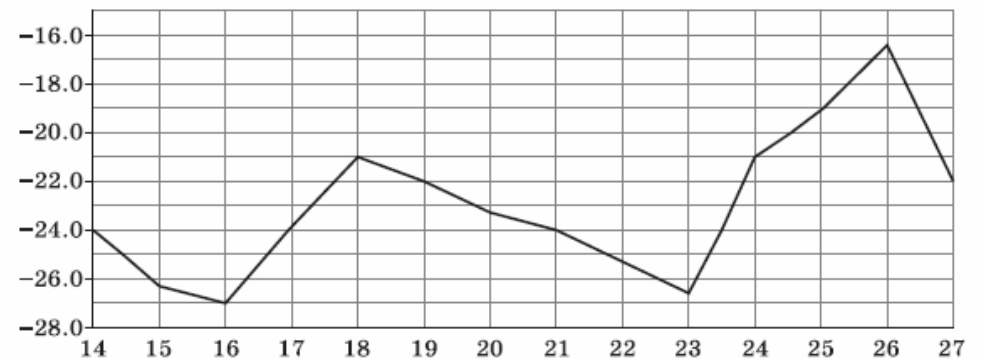
**Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.**

Часть 1

**1.** Подготовка книги к печати стоит 30 тыс. р. Печать одного экземпляра стоит 30 р. Сеть книжных магазинов покупает эту книгу у издательства по 70 р. за экземпляр. При каком наименьшем тираже книги издательство окажется не в убытке?

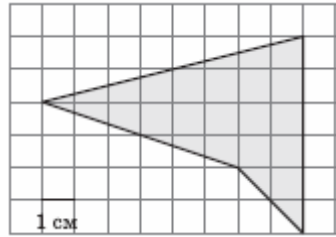
Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** На рисунке изображён график среднесуточной температуры в г. Омске в период с 14 по 27 января 1974 г. На оси абсцисс откладываются числа месяца, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какой была наибольшая среднесуточная температура в период с 14 по 21 января 1974 г. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см x 1 см изображён четырёхугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Поставщик заказывает опоры двигателя у двух фабрик. Первая фабрика выпускает 80% этих опор, вторая — 20%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных опор, а вторая — 5%. Найдите вероятность того, что случайно заказанная у поставщика опора двигателя будет исправной.

Ответ: \_\_\_\_\_.

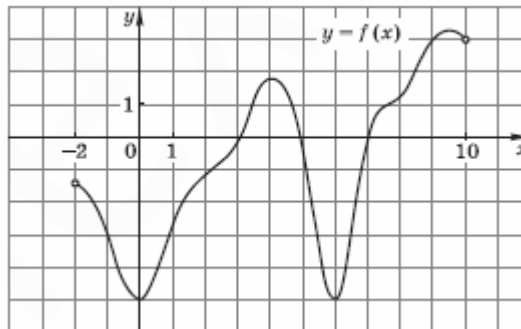
5. Решите уравнение  $7^{3x-2} \cdot 7^{x-1} = 7$

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Радиус окружности равен 19. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную  $19\sqrt{2}$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 10)$ . Определите количество точек с целыми абсциссами, в которых производная функции отрицательна.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 42, высота равна  $7\sqrt{6}$ . Найдите плоский угол при вершине пирамиды. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $\frac{6\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x}} - \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 6$  при  $x = 6$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела (Вт) вычисляется по формуле  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 K^4}$  постоянная,  $S$  — площадь поверхности тела ( $м^2$ ),  $T$  — температура тела (К). Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности  $S = \frac{1}{64} \cdot 10^{20} м^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $2,28 \cdot 10^{25} Вт$ . Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Ответ дайте в градусах Кельвина.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Часы со стрелками показывают 11 ч 00 мин. Через сколько минут минутная стрелка в двенадцатый раз поравняется с часовой?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите точку максимума функции  $y = 10x \cos x - 7 \cos x - 10 \sin x - 4$ , принадлежащую промежутку  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13.** а) Решите уравнение  $\sin x = \cos^2 x + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sin(\pi/6)} \right)$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ -\frac{\pi}{2}; \pi \right]$

**14.** В основании SABCD лежит прямоугольник ABCD со сторонами  $AB = 4$  и  $BC = \sqrt{33}$ , все боковые ребра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания ABCD отмечена точка E, а на ребре AS – точка F так, что  $SF = BE = 3$ .

А) Докажите, что плоскость CEF параллельна SB.

Б) Пусть плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q. Найдите расстояние от Q до плоскости ABC.

**15.** Решите уравнение  $(x^2 - 8x + 15)(2^{x-3} + 2^{3-x} - 2)^{-1} \cdot \sqrt{x-1} \leq 0$

**16.** Дан выпуклый четырехугольник ABCD с прямым углом A. Окружность, проходящая через вершины A, B и D пересекает стороны BC и CD в точках M и N соответственно. Прямые BN и DM пересекаются в точке P, а прямая CP пересекает сторону AD в точке K.

А) Докажите, что точки A, M, P и K лежат на одной окружности.

Б) Найдите радиус этой окружности, если известно, что прямая СК параллельна прямой AM и  $AB=AK=KD=4\sqrt{5}$

**17.** Банк планирует на один год вложить 30 % имеющихся у него средств клиентов в проект А, а остальные 70 % – в проект В. В зависимости от обстоятельств проект А может принести прибыль в размере от 32 % до 37 % годовых, а проект В – от 22 % до 27 % годовых. В конце года банк обязан вернуть деньги клиентам и выплатить им процент по заранее установленной ставке, уровень которой должен находиться от 10% до 20% годовых. Определите, какую наименьшую и наибольшую чистую прибыль в процентах годовых от суммарных вложений в проекты А и В может при этом получить банк.

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $(|2x + 1 - a| + |2x + 1 + a| - 2a)(|x^2 - 2x + a| + |x^2 - 2x - a| - 2a) = 0$  имеет ровно четыре целых решения

**19.** Пусть  $K(n)$  обозначает сумму квадратов всех цифр натурального числа  $n$

А) Существует ли такое трехзначное число  $n$ , что  $K(n) = 171$ ?

Б) Существует ли такое трехзначное число  $n$ , что  $K(n) = 172$ ?

В) Какое наименьшее значение может принимать выражение  $4K(n) - n$ , если  $n$  - трехзначное число?