

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 6x) \cdot \ln\left(\frac{3x+4y+a}{20}\right) = 0, \\ (x^2 + y^2 + 6x)(x^2 + y^2 - 12x) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: $-28 < a \leq -6$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ 2xy = 3a^2 - 4a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: $a = 1; a = 2$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2(a-4)x - 6ay + 10a^2 - 8a = 0, \\ y^2 = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Ответ: $1 - \sqrt{2} < a < 0; 0 < a < 0,8; 0,8 < a < -2 + 2\sqrt{2}$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x+ay-5)(x+ay-5a) = 0, \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Ответ: $-\frac{4}{3} < a < -\frac{3}{4}; \frac{3}{4} < a < 1; 1 < a < \frac{4}{3}$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = (a+3)x^2 + 2ax + a - 3, \\ y^2 = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Ответ: $-\frac{37}{4} < a < -3; -3 < a < 3; 3 < a < \frac{37}{4}$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (3a - 16)x + 3ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

$$\text{Ответ: } a < -\frac{17}{2}; -\frac{17}{2} < a < 0; 4 < a < 32.$$

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 12a - 28, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

$$\text{Ответ: } 2 < a < 6 - 2\sqrt{2}; a > 6 + 2\sqrt{2}.$$

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(4x - x^2)^2 - 32\sqrt{4x - x^2} = a^2 - 14a$$

имеет хотя бы один корень.

$$\text{Ответ: } 0 \leq a \leq 6; 8 \leq a \leq 14.$$

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(2 + |x + a|)^3 - (2 + |x + a|)^2 = (3 - x^2 - 2ax - 2a^2)^3 - (3 - x^2 - 2ax - 2a^2)^2$$

имеет хотя бы один корень.

$$\text{Ответ: } -1 \leq a \leq 1.$$