

14 На продолжениях рёбер A_1A и D_1C_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечены точки K и L соответственно, причём $AA_1 = AK$, $C_1 D_1 = C_1 L$.

а) Докажите, что прямая KL проходит через середину ребра BC .

б) Найдите угол между прямыми AD_1 и KL , если $AB = 2\sqrt{2}$, $AD = 6$, $AA_1 = 8$.

Ответ: б) $\arccos \frac{41}{45}$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ все рёбра равны 4. Точка M — середина ребра AA_1 .

а) Докажите, что прямые MB и $B_1 C$ перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми MB и $B_1 C$.

Ответ: б) $\frac{2\sqrt{30}}{5}$.

14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1 , причём BB_1 — образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите угол между прямыми BB_1 и AC_1 , если $AB = 10$, $BB_1 = 7$, $B_1 C_1 = 24$.

Ответ: б) $\arctg \frac{26}{7}$.

14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1 , причём BB_1 — образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите расстояние от точки B до прямой AC_1 , если $AB = 21$, $BB_1 = 12$, $B_1 C_1 = 16$.

Ответ: б) $\frac{420}{29}$.

14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания — точка C_1 , причём CC_1 — образующая цилиндра, а AC — диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = 2\sqrt{3}$, $CC_1 = 4\sqrt{6}$.

а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 60° .

б) Найдите расстояние от точки B до прямой AC_1 .

Ответ: б) $\sqrt{11}$.

14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания — точка C_1 , причём CC_1 — образующая цилиндра, а AC — диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 45^\circ$, $AB = 2\sqrt{2}$, $CC_1 = 4$.

а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 60° .

б) Найдите объём цилиндра.

Ответ: б) 16π .

14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1 , причём BB_1 — образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите объём цилиндра, если $AB = 7$, $BB_1 = 24$, $B_1C_1 = 10$.

Ответ: б) 894π .

14 На ребре AB правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ отмечена точка Q , причём $AQ:QB = 1:2$. Точка P — середина ребра AS .

а) Докажите, что плоскость DPQ перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

б) Найдите площадь сечения DPQ , если площадь сечения DSB равна 6.

Ответ: б) $\sqrt{5}$.

14

На ребре AB правильной треугольной пирамиды $SABC$ с основанием ABC отмечена точка K , причём $AK=15$, $BK=3$. Через точку K проведена плоскость α , параллельная плоскости SBC .

а) Докажите, что плоскость α проходит через середину высоты пирамиды.

б) Найдите расстояние между плоскостями α и SBC , если высота пирамиды равна 13.

Ответ: б) $\frac{39\sqrt{3}}{28}$.