

13. а) Решите уравнение $\cos^2(\pi - x) - \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{5\pi}{2}; 3\pi; \frac{7\pi}{2}$

14. Длина диагонали куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 3. На луче A_1C отмечена точка P так, что $A_1P = 4$

А) Докажите, что $PBDC_1$ - правильный тетраэдр

Б) Найдите длину отрезка AP

Ответ: $\sqrt{11}$

15. Решите неравенство:

$$(9^x - 2 \cdot 3^x)^2 - 62(9^x - 2 \cdot 3^x) - 63 \geq 0$$

Ответ: $0; [2; \infty)$

16. Точка M - середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC . Серединный перпендикуляр к гипотенузе пересекает катет BC в точке N .

а) Докажите, что $\angle CAN = \angle CMN$

б) Найдите отношение радиусов окружностей, описанных около треугольников ANB и

CBM , если $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{4}{3}$

Ответ: $\frac{5}{4}$

17. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S - целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга

- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

| Месяц и год | Июль 2026 | Июль 2027 | Июль 2028 | Июль 2029 |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Долг (в млн рублей) | S | $0,8S$ | $0,4S$ | 0 |

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн рублей.

Ответ: 8

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} |x| + |a| \leq 4 \\ x^2 + 8x < 16a + 48 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[-1; 0]$

Ответ: $8 - 8\sqrt{2} < a \leq 4$

19. На доске написано несколько (более одного) различных натуральных чисел, причем любые два из них отличаются не более чем в три раза

а) Может ли на доске быть 5 чисел, сумма которых равна 47?

б) Может ли на доске быть 10 чисел, сумма которых равна 94?

в) Сколько может быть чисел на доске, если их произведение равно 8000?

Ответ: а) да; б) нет; в) 2 или 3