

- 14 Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α , содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC , является ромб.
- Докажите, что грань $ABCD$ — квадрат.
 - Найдите угол между плоскостями α и BCC_1 , если $AA_1 = 6$, $AB = 4$.

Ответ: б) $\arctg \frac{5}{3}$.

- 14 Длина диагонали куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна $3\sqrt{11}$. На луче A_1C отмечена точка P так, что $A_1P = 4\sqrt{11}$.
- Докажите, что $PBDC_1$ — правильный тетраэдр.
 - Найдите длину отрезка AP .

Ответ: б) 11.

- 14 На рёбрах AB и BC треугольной пирамиды $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно, причём $AM : MB = CN : NB = 1 : 3$. Точки P и Q — середины рёбер DA и DC соответственно.
- Докажите, что точки P , Q , M и N лежат в одной плоскости.
 - Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость PQM разбивает пирамиду.

Ответ: б) 9 : 23.

- 14 На ребре SD правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ отмечена точка M , причём $SM : MD = 1 : 4$. Точки P и Q — середины рёбер BC и AD соответственно.
- Докажите, что сечение пирамиды плоскостью MPQ является равнобедренной трапецией.
 - Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость MPQ разбивает пирамиду.

Ответ: б) 11 : 14.

- 14 Основанием четырёхугольной пирамиды $SABCD$ является прямоугольник $ABCD$, причём $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 2\sqrt{6}$. Основанием высоты пирамиды является центр прямоугольника. Из вершин A и C опущены перпендикуляры AP и CQ на ребро SB .
- Докажите, что P — середина отрезка BQ .
 - Найдите угол между гранями SBA и SBC , если $SD = 6$.

Ответ: б) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{55}}{55} \right)$.

14 Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C , а боковая грань ACC_1A_1 является квадратом.

а) Докажите, что прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 1$, $BC = 4$.

Ответ: б) $\frac{2}{3}$.

14 Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Диагонали боковых граней AA_1B_1B и BB_1C_1C равны 15 и 9 соответственно, $AB = 13$.

а) Докажите, что треугольник BA_1C_1 прямоугольный.

б) Найдите объём пирамиды AA_1C_1B .

Ответ: б) $20\sqrt{14}$.

14 В треугольной пирамиде $PABC$ с основанием ABC известно, что $AB = 13$, $PB = 15$, $\cos \angle PBA = \frac{48}{65}$. Основанием высоты этой пирамиды является точка C .

Прямые PA и BC перпендикулярны.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите объём пирамиды $PABC$.

Ответ: б) 90.

14 Основанием прямой четырёхугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб $ABCD$, $AB = AA_1$.

а) Докажите, что прямые A_1C и BD перпендикулярны.

б) Найдите объём призмы, если $A_1C = BD = 2$.

Ответ: б) $\frac{4\sqrt{6}}{5}$.