Решение.

а) $\log_{100}\left(\cos 2x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)-\log_{100}\left(\sin x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)=0$

$\log_{100}\left(\cos 2x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)=\log_{100}\left(\sin x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)$

$$\begin{cases}\cos 2x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)=\sin x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)\\ \sin x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)>0\end{cases}$$

Решим уравнение из системы.

$\cos 2x-\sin x=0; 1-2\sin^2 x-\sin x=0; 2\sin^2 x+\sin x-1=0; \left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Получили совокупность двух систем: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sin x=-1\\ \sin x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)>0\end{cases}\\ \begin{cases}\sin x=\frac{1}{2}\\ \sin x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)>0\end{cases}\end{array}\right.$

Если $\sin x=-1$, то неравенство $\sin x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)>0$ не выполняется, следовательно первая система решений не имеет.

Если $\sin x=\frac{1}{2}$, то $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+2\pi n\\ x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n\end{array}\right.$, где $n\in\mathbb{Z}$. Проверим выполнение неравенства $\sin x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)>0$

1) $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n; \frac{x}{2}=\frac{\pi}{12}+\pi n$

а) $n=2k$ - четное, тогда $x=\frac{\pi}{6}+4\pi k; \frac{x}{2}=\frac{\pi}{12}+2\pi k; \frac{1}{2}+\cos\left(\frac{\pi}{12}+2\pi k\right)>0$ - верно.

Следовательно $x=\frac{\pi}{6}+4\pi k$, где $k\in\mathbb{Z}$ -решение данного уравнения.

б) $n=2k-1$ - нечетное . Тогда $\frac{x}{2}=\frac{\pi}{12}+(2k-1)\pi$ и $\frac{1}{2}+\cos\left(\frac{\pi}{12}+(2k-1)\pi\right)=\frac{1}{2}-\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)<0$,

следовательно n нечетное не подходит.

2) $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n; \frac{x}{2}=\frac{5\pi}{12}+\pi n$

а) Если $n=2k$ - четное, то $\frac{x}{2}$ - угол первой четверти , тогда $\cos\left(\frac{x}{2}\right)>0$ и неравенство $\sin x+\cos\left(\frac{x}{2}\right)>0$ выполняется.

б) $n=2k-1$ - нечетное, тогда $\frac{x}{2}=\frac{5\pi}{12}+(2k-1)\pi$

$\cos\left(\frac{5\pi}{12}+(2k-1)\pi\right)=\ldots=-\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$, тогда $\frac{1}{2}-\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)>0$ - верно. Т.е. $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n$ - решение данного уравнения.

Ответ:а) $x=\frac{\pi}{6}+4\pi k; x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n; n,k\in\mathbb{Z}$

б) $\frac{5\pi}{6}$