

Ответом к заданиям 1-14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 100**

**Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 8 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 4 задания высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

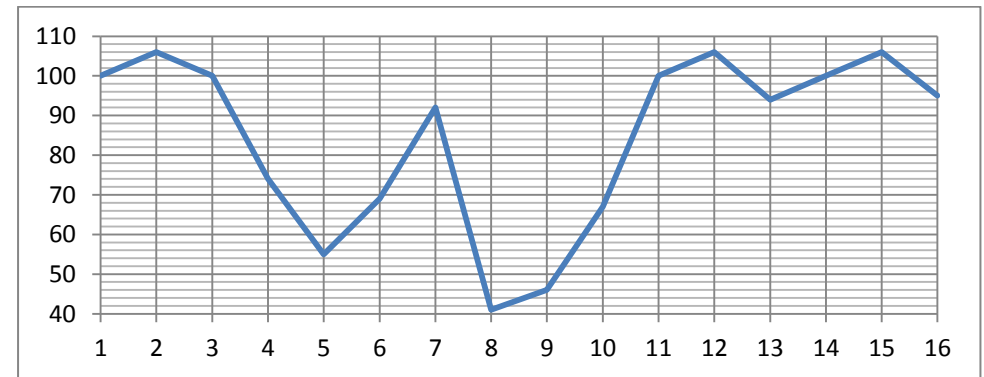
Желаем успеха!

Часть 1

1. Студент Аристарх Луков-Арбалетов каждый день шестидневной учебной недели обедает в столовой своего факультета, на что уходит три четверти его стипендии. Сколько дней в неделю сможет обедать Аристарх на свою стипендию в кафе у метро, где стоимость обеда выше на 100%, если внезапно сменившееся руководство факультета закроет столовую с целью сдачи её помещения в аренду?

Ответ: _____.

2. С факультета, где обучается Аристарх Луков-Арбалетов, отчисляют, если посещаемость студента составляла менее 100% в течение 10 и более недель. На графике ниже отражена посещаемость Аристарха за все 16 недель учебного семестра, по оси ординат – процент посещённых занятий в неделю, где 100% означает посещение всех обязательных занятий в неделю (ещё у Аристарха есть факультативные занятия, что учтено на графике). Сколько недель отделяет Аристарха от отчисления?

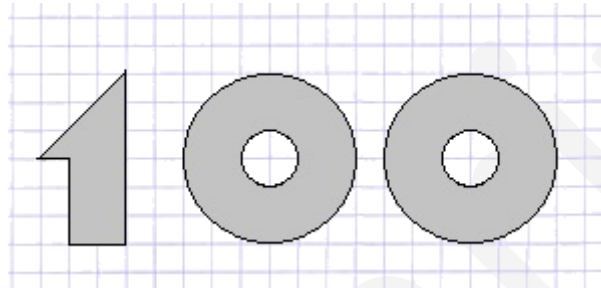


Ответ: _____.

3. Стоимость проезда по платной трассе длиной в 1000 км из города Ближний в город Дальний составляет 10 рублей за каждый километр первой четверти пути и уменьшается вдвое каждую последующую четверть. Причём качество дорожного покрытия и режим движения по трассе позволяют снизить расход бензина до 10 литров на 100 км. Если ехать обычной дорогой, то расстояние и расход бензина увеличиваются в полтора раза. Но после первой трети пути обычная дорога имеет съезд на платную трассу, оказываясь в её середине. Какую наименьшую сумму заплатит Аристарх Луков-Арбалетов, поехавший из Ближнего на маминей машине к друзьям в Дальнем, если из-за снижения мировых цен на нефть бензин подорожал до европейского уровня и стоит 100 рублей за литр?

Ответ: _____.

4. Какую площадь занял номинал валюты (на рисунке закрашен серым), дизайн которой Аристарх Луков-Арбалетов разработал на лекциях по экономике, если клетка его тетради размером 1x1 см, а на лекции сказали, что число π равно 3? Навык Аристарха попадать ровно в линии и углы тетрадной сетки считать идеальным.



Ответ: _____.

5. Вероятность дожить до 100 лет на настоящий момент без учёта текущего возраста для жителя Японии составляет 16%, Китая – 10%, Индии – 6%. Какова вероятность, что хотя бы один из трёх однокурсников Аристарха Луков-Арбалетова – японец, китаец и индус – доживут до этого возраста, если после обучения в России вернуться жить в родные страны?

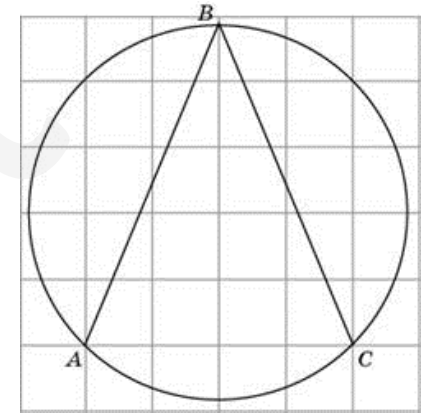
Ответ: _____.

6. Найдите корень уравнения $10^{\log_{\sqrt{x}} 100} = x$. Если корней больше одного, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

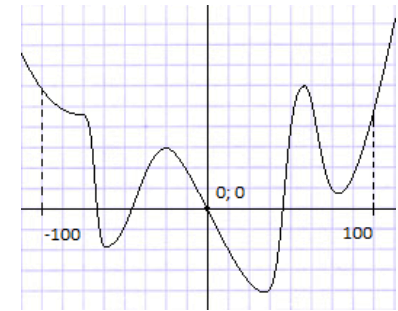
7. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



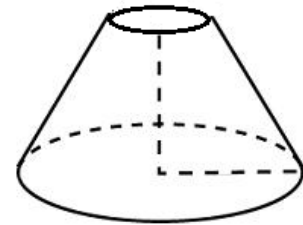
8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-100; 100)$. Найдите количество точек максимума $f(x)$ при отрицательных значениях её аргумента.

Ответ: _____.



9. На новый год Аристарх Луков-Арбалетов купил ёлку высотой 100 см. Упаковать ёлку Аристарх планировал в коническую коробку с площадью боковой поверхности 10000 см^2 . Однако у продавца в наличии были только коробки из Евросоюза, вид которых изображен на рисунке. Если Аристарх будет упаковывать в них свою ёлку, то ее верхушку придется отрезать, укоротив ёлку на 10 см. Найдите площадь боковой поверхности еврокоробки.

Ответ: _____.



Часть 2

10. Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{100}} 10^{\frac{1}{100}} \cdot \lg \frac{1}{100}$

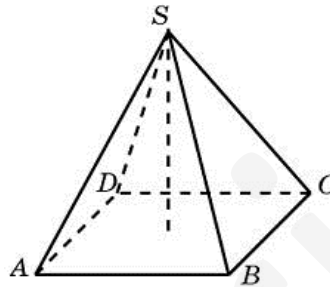
Ответ: _____.

11. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t – время в секундах, амплитуда $U_0 = 2\text{В}$, частота $\omega = 150^0$ /с, фаза $\varphi = 45^0$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

12. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12, объем равен 200. Найдите боковое ребро этой пирамиды.

Ответ: _____.



13. Для подготовки к экзамену Аристарх Луков-Арбалетову надо выучить 100 билетов. Он решил готовиться постепенно, ежедневно увеличивая количество выученных за день билетов на одно и то же число. Известно, что за первый день Аристарх выучил 1 билет. Определите, сколько билетов он выучил за последний день, если подготовка заняла 10 дней.

Ответ: _____.

14. Найдите точку максимума функции $y = -x^2 - x + \ln x + 10$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 15 - 21 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15. Дано уравнение $\log_{100} \left(\cos 2x + \cos \frac{x}{2} \right) + \log_{\frac{1}{100}} \left(\sin x + \cos \frac{x}{2} \right) = 0$.

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi \right]$.

16. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD длина высоты, опущенной из вершины S на основание ABCD, равна $6\sqrt{2}$. Через точку касания с боковой гранью SAB вписанного в эту пирамиду шара параллельно прямой AB проведена плоскость, проходящая через ближайшую к вершине S точку шара.

а) Постройте сечение пирамиды этой плоскостью.

б) Найдите площадь сечения, если $AB = 4\sqrt{6}$.

17. Решите неравенство

$$\log_x \left(\frac{100}{x} \right) \leq \sqrt{\log_x (100x^5)}$$

18. В выпуклом четырехугольнике ABCD диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны. Кроме того, вокруг него можно описать окружность. Из точек B и C опущены перпендикуляры на прямую AD. Они пересекают прямые AC и BD соответственно в точках E и F.

а) Докажите, что BCFE – ромб

б) Найдите отношение площади четырехугольника BCFE к площади вписанного в него круга, если $BF:CE = 3:4$

19. В родном городе Аристарха Луков-Арбалетова количество людей, пользующихся железной дорогой, постоянно. Из этих людей свой проезд оплачивают 10%, а ещё 10% выплатой штрафов за безбилетный проезд доводят получаемую РЖД (руководством железной дороги) прибыль до 100% от ожидаемой.

Поскупившись платить контролёрам, взимавшим штрафы, РЖД ограничило вход на все станции турникетами, стоимость установки которых составила 100% от годовой прибыли. Цена проезда выросла на 50%, поскольку РЖД планировало купить турникеты за 2 года, а контролёры были уволены.

Однако 10% пассажиров возмутились проявленным со стороны РЖД недоверием и повышением цен на билеты и перестали пользоваться железной дорогой. Остальные 90% пассажиров продолжили ездить, и в первый месяц все они оплачивали свой проезд. На второй месяц в кассы РЖД не попали деньги ещё 10% от первоначального числа клиентов, так как их физическая подготовка оказалась достаточной для беспрепятственного преодоления турникетов. А в связи с появлением дырок в заборах

около станций с каждым последующим месяцем этот процент стал увеличиваться на 2 и рос бы до тех пор, пока все бывшие зайцы не нашли бы способ ездить в обход турникетов.

Поэтому каждые полгода с момента установки турникетов РЖД тратит 15% ожидаемой месячной прибыли на ремонт заборов, из-за чего процент зайцев вновь возвращается к 10 от первоначального числа всех пользователей железной дороги, и затем ситуация с двухпроцентным приростом зайцев повторяется.

За какой срок окупится и окупится ли установка турникетов, если срок их работы - 10 лет, а контролёров РЖД так и не наймёт?

20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $x^2 + 2|x - a| - 4x \leq -a$ имеет единственное целочисленное решение. Для найденных значений a выпишите это решение.

21. Произведение трёх натуральных чисел, образующих арифметическую прогрессию, является делителем некоторого числа вида $n^2 + 1$, где $n \in \mathbb{N}$.

а) Существует ли такая арифметическая прогрессия с разностью 12.

б) Существует ли такая арифметическая прогрессия с разностью 10 или 11.