

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 69

Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

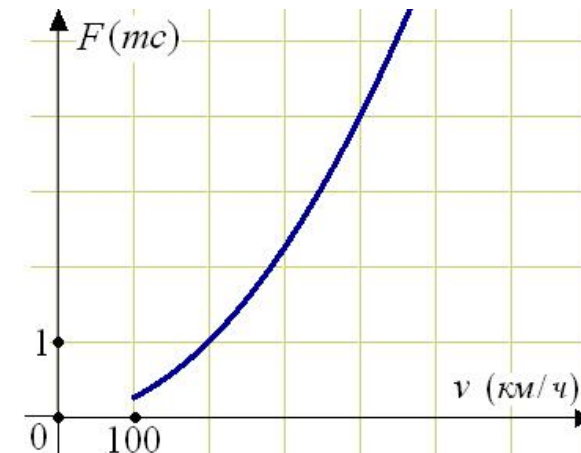
Желаем успеха!

Ответом к заданиям этой части (В1–В10) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1. В доме, в котором живет Маша, 9 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Маша живет в квартире №130. В каком подъезде живет Маша?

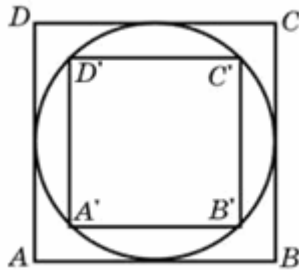
В2. Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 5% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,4 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 5 кг в течение суток?

В3. Когда самолет находится в горизонтальном полете, подъемная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолета. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат – сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъемная сила (в тоннах силы) при скорости 200 км/ч?



B4. Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 25% на звонки абонентам других сотовых компаний в своём регионе, либо скидку 5% на звонки в другие регионы, либо скидку 15% на услуги мобильного интернета. Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 300 рублей на звонки абонентам других компаний в своём регионе, 200 рублей на звонки в другие регионы и 400 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Сколько рублей составит эта скидка, если звонки и пользование Интернетом сохранятся в прежнем объёме?

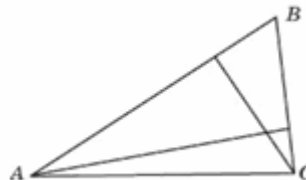
B5. Во сколько раз площадь квадрата, описанного около окружности, больше площади квадрата, вписанного в эту окружность?



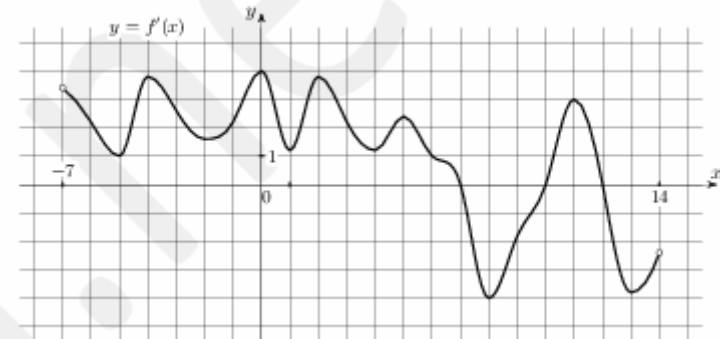
B6. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

B7. Найдите корень уравнения $\log_5(x^2 + 2x) = \log_5(x^2 + 10)$.

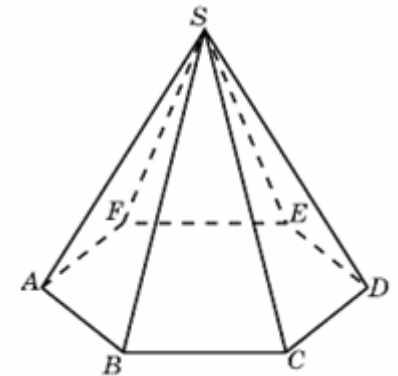
B8. У треугольника со сторонами 9 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 4. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне?



B9. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 14)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 9]$.



B10. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в четыре раза?



Часть 2

Ответом к заданиям этой части (B11–B15) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B11. Найдите значение выражения $\frac{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}{a^{8,57}}$ при $a = 12$.

B12. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 5 \sin \pi t$ (см/с), где t – время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала $2,5$ см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

B13. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SO = 4$, $AC = 6$. Найдите боковое ребро SC .

B14. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой – за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

B15. Найдите точку минимума функции $y = 3x - \ln(x + 3)^3$.

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение $\log_{(\cos 2x - \sin 2x)}(1 - \cos x - \sin x) = 1$

б) Найдите все корни на промежутке $\left[-\frac{8\pi}{7}; \frac{7\pi}{8}\right]$

C2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S проведена высота SD . На отрезке SD взята точка K так, что $SK:KD=1:2$. Известно, что двугранные углы между основанием и боковыми гранями равны 30 градусов, а расстояние от точки K до бокового ребра равно $\frac{4}{\sqrt{13}}$. Найдите объем пирамиды.

C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^{2x+1} - 21 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+2} + 2 \geq 0 \\ \log_{10-x}\left(\frac{19}{2} - x\right)^2 > 2 \log_{x-9}(x-9) \end{cases}$$

C4. Продолжение медианы AE треугольника ABC пересекает описанную около треугольника окружность в точке D .

а) Докажите подобие треугольников ABC и AEC , если $AC=CD$

б) Найдите длину отрезка BC , если длина каждой из хорд AC и DC равна 1.

C5. При каких значениях параметра a все числа из отрезка $-1 \leq x \leq 3$ удовлетворяют неравенству $2ax + 2\sqrt{2x+3} - 2x + 3a - 5 < 0$?

C6. В бесконечной последовательности a_1, a_2, a_3, \dots число a_1 равно 1, а каждое следующее число a_n строится из предыдущего a_{n-1} по правилу: если у числа n наибольший нечётный делитель имеет остаток 1 от деления на 4, то $a_n = a_{n-1} + 1$, если же остаток равен 3, то $a_n = a_{n-1} - 1$. Докажите, что в этой последовательности

а) число 1 встречается бесконечно много раз;

б) каждое натуральное число встречается бесконечно много раз.

(Вот первые члены этой последовательности: 1, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 3, ...)