

РЕПЕТИЦИЯ

ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА В МГУ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 2019-REP_1

1. Найти область определения функции $f(x) = \log_{\sin x} \frac{1}{6+x-x^2}$.
2. Вычислить при $x = 1/2$ значение выражения $\frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{1}{x^2-9x+20}$.
3. Решить уравнение $\sqrt{x-2\sqrt{x+1}+2} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = \sqrt{2}$.
4. Решить неравенство $\sin x + \frac{3}{2}\sin 2x + \sin 3x + \frac{3}{2}\sin 4x + \sin 5x \geq 0$.
5. Три окружности с радиусами, равными 1, 2 и 3, касаются друг друга внешним образом так, что каждая из них касается остальных двух. Четвертая окружность касается внешним образом первых трех. Найти ее радиус.
6. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2 x = \frac{5}{3} - \frac{2}{15}y; \\ \log_7(x+y) \cdot \log_{x+y} 7 \cdot \log_7(x-y) \cdot \log_{x-y} 2401 = \log_{2401}(x+y)^{16}. \end{cases}$$

7. В правильную четырехугольную пирамиду $SABCD$, сторона основания которой $AB=12$, вписан шар с центром в точке O , и проведена высота SH . Точка M – середина стороны AB . Вокруг пирамиды $OHMA$ описан второй шар, причем его радиус равен радиусу первого шара. Найти длину бокового ребра пирамиды.

8. При каких значениях параметра a уравнение $\sqrt[4]{x^2-ax} + \sqrt[4]{ax-2a^2+1} = \sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{x^2-2a^2+1}$

имеет ровно два решения?