

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2011 года

ВАРИАНТ 111.

1. Вычислите значение функции  $x^2 - 0,625x - \frac{1}{8}$  в точке  $x = \frac{4}{5}$ .

2. Решите уравнение  $(\sin x + \cos x)^2 = 1$ .

3. Решите уравнение

$$\log_2(3x - 4) = \log_4(2 - x).$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{5x + 3} - 1}{\sqrt{3x + 2} - 1} > 1.$$

5. Медианы  $AL$  и  $BM$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите длину отрезка  $CK$ , если  $AB = \sqrt{3}$  и известно, что вокруг четырехугольника  $KLCM$  можно описать окружность.

6. Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{9^x}{4^x - 6^x + 9^x}$$

и точку  $x$ , в которой это значение достигается.

7. В закрытой коробке, имеющей форму куба со стороной 5, лежат два шара. Радиус первого из них равен 2. Этот шар касается плоскости основания и двух соседних боковых граней куба. Второй шар касается двух других боковых граней куба, плоскости основания и первого шара. Чему равен радиус второго шара?

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2x^2 + 4xy + 11y^2 \leq 1, \\ 4x + 7y \geq 3. \end{cases}$$

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2011 года

ВАРИАНТ 112.

1. Вычислите значение функции  $\frac{x^2 - 5}{x - 0,2}$  в точке  $x = \frac{9}{4}$ .

2. Решите уравнение  $(\sin x + \cos x)^2 = 2$ .

3. Решите уравнение

$$\log_3(5 - 2x) = \log_9(5 + x).$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{1-x}-1}{\sqrt{2+3x}-1} < 1.$$

5. Медианы  $AP$  и  $BQ$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $D$ . Найдите длину отрезка  $AB$ , если  $CD = \sqrt{12}$  и известно, что вокруг четырехугольника  $PCQD$  можно описать окружность.

6. Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{6^x}{9^{x+1} + 6^x + 4^{x-1}}$$

и точку  $x$ , в которой это значение достигается.

7. Внутри куба с ребром 3 расположены две сферы. Первая касается плоскости основания и двух соседних боковых граней куба. Вторая сфера касается тех же двух боковых граней, грани куба, параллельной основанию, и первой сферы. Чему равен радиус второй сферы, если радиус первой равен 1?

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 3x^2 + 4xy + 12y^2 \leq 1, \\ 5x + 6y \leq -3. \end{cases}$$

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2011 года

ВАРИАНТ 113.

1. Вычислите значение функции  $0,125x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$  в точке  $x = \frac{1}{2}$ .

2. Решите уравнение  $(\cos x - \sin x)^2 = 1$ .

3. Решите уравнение

$$\log_2(1 - 3x) = \log_4(5x - 1).$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{4x - 2} - 1}{\sqrt{3x - 1} - 1} > 1.$$

5. Медианы  $KC$  и  $LD$  треугольника  $KLM$  пересекаются в точке  $E$ . Найдите длину отрезка  $EM$ , если  $KL = 3$  и известно, что вокруг четырехугольника  $ECMD$  можно описать окружность.

6. Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{4^x}{2 \cdot 5^{2x} - 10^x + 4^x}$$

и точку  $x$ , в которой это значение достигается.

7. В закрытой коробке, имеющей форму куба со стороной 8, лежат два шара. Радиус первого из них равен 2. Он касается плоскости основания и двух соседних боковых граней куба. Второй шар радиуса 3 касается двух других боковых граней куба и первого шара. На какой высоте над дном коробки находится центр второго шара?

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4x^2 - 2xy + 7y^2 \leq 1, \\ 2x - 5y \geq 2. \end{cases}$$

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2011 года

ВАРИАНТ 114.

1. Вычислите значение функции  $\frac{x^2 - 1,75}{x + 5}$  в точке  $x = \frac{4}{3}$ .

2. Решите уравнение  $(\sin x - \cos x)^2 = 2$ .

3. Решите уравнение

$$\log_3(2x + 1) = \log_9(4 + 3x).$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{1 - 3x} - 1}{\sqrt{2 + x} - 1} < 1.$$

5. Медианы  $PE$  и  $QF$  треугольника  $PQR$  пересекаются в точке  $S$ . Найдите длину отрезка  $PQ$ , если  $SR = 2$  и известно, что вокруг четырехугольника  $SERF$  можно описать окружность.

6. Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{10^x}{25^{x-1} + 10^x + 4^{x+1}}.$$

7. В кубе с ребром 1 расположены две сферы различных радиусов. Первая касается плоскости основания и двух соседних боковых граней куба. Вторая сфера касается двух других боковых граней куба, грани куба, параллельной основанию, и первого шара. Чему равна сумма радиусов сфер?

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 5x^2 - 2xy + 9y^2 \leq 1, \\ 3x - 5y \leq -2. \end{cases}$$