

X. Верно ли утверждение?

46) Параболы  $y = x^2 + 2x - 3$  и  $y = x^2 - x + 6$  пересекаются в двух точках.

47) Неравенство  $x^2 + y^2 \geq 2y - 1$  верно при всех значениях  $x$  и  $y$ .

48) Если  $a > 5$ , то вершина параболы  $y = ax^2 + 2ax + 5$  лежит в третьей четверти.

49) Существует ровно 2 значения параметра  $a$ , при которых оба корня квадратного уравнения  $x^2 + ax - 15 = 0$  целые.

50) Все параболы вида  $y = x^2 + 3ax + a$  проходят через одну точку.

XI. Верно ли утверждение?

51) Если  $s = \frac{1}{1+t} + \frac{1}{1-t}$ , то  $st^2 = s - 2$ .

52) Неравенства  $\lg(\sin x) \leq 0$  и  $\sin x > 0$  равносильны.

53) Если 15 больших блокнотов стоят столько же, сколько 25 маленьких, то этих же денег хватит на покупку 10 больших блокнотов и 10 маленьких.

54) Если  $a > \sqrt{2}$ , то система  $\begin{cases} (x-a)^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-a)^2 = 1 \end{cases}$  не имеет решений.

55) Уравнения  $2x^3 + 3x^2 - 12x + 4 = 0$  и  $2x^3 + 4x^2 - 14x + 5 = 0$  имеют общий корень.

XII. В прямую четырехугольную призму  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с основанием  $ABCD$  вписан шар радиуса  $R$ . Верно ли утверждение?

56) В эту призму можно вписать цилиндр.

57)  $AD + BC = AB + DC$

58) Если  $V$  — объем призмы, а  $S$  — площадь ее основания, то  $V = 4RS$ .

59) Площадь боковой поверхности призмы в 2 раза больше площади основания.

60) Объем такой призмы может быть в 100 раз больше объема вписанного в нее шара.

Время, отведенное на решение задач, — 90 минут!



# «КЕНГУРУ» — ВЫПУСКНИКАМ



ТЕСТ ГОТОВНОСТИ К ПРОДОЛЖЕНИЮ ОБРАЗОВАНИЯ

11-й класс

2010

Вам предлагается 60 вопросов, любой из которых допускает лишь два возможных ответа: «Да» или «Нет». Кроме того, Вы можете дать ответ «Не знаю». Ответы «Да» или «Нет» Вы указываете, отмечая крестиком соответствующее поле в таблице ответов. При ответе «Не знаю» Вы оставляете оба поля для этого вопроса пустыми.

**Внимание:** за верный ответ «Да» или «Нет» будет начисляться 3 балла, за неверный ответ «Да» или «Нет» будет сниматься 2 балла, а ответ «Не знаю» оценивается в 0 баллов. Поэтому не следует угадывать ответы: отвечайте «Да» или «Нет» только тогда, когда Вы уверены в ответе.

ОБРАЗЕЦ ТАБЛИЦЫ ОТВЕТОВ

Так будет выглядеть часть таблицы ответов, если выбраны следующие ответы на вопросы:

1 — «да»,  
2 — «не знаю»,  
3 — «нет», ...

Ответы

	1	2	3
Нельзя отмечать два поля в одной колонке!			
ДА	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
НЕТ	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Институт продуктивного обучения планирует изучение результативности этого теста путем телефонного опроса его участников. Если Вы готовы принять участие в этом исследовании, укажите на бланке ответов свой контактный телефон.

I. Верно ли неравенство?

1)  $\pi^2 - 4 < \pi + 2$

4)  $2^{\frac{10}{3}} > 10$

2)  $\sin \frac{\pi}{10} > \cos \frac{\pi}{10}$

5)  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{6}}$

3)  $\lg \sin 2 < 0$

II. Справедливо ли тождество?

6)  $\frac{1}{x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{2}{x^4 - 1}$

7)  $2^x \cdot 8^x = 4^{3x}$

8)  $\lg^2(10x) = \lg^2 x + \lg x^2 + 1$

9)  $2 + 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin 2x \cdot \operatorname{tg} x$  при  $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$

10)  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1 = (x^2+5x+5)^2$

III. Верно ли утверждение?

11) В геометрической прогрессии со знаменателем, равным  $-2$ , среднее арифметическое первых трех членов равно второму члену.

12) Если  $a_1, a_2, \dots$  — арифметическая прогрессия, то все точки с координатами  $(n; a_n)$  лежат на одной прямой.

13) 23% от 20 сотен — это то же самое, что 2% от 23 тысяч.

14) Если цена товара была уменьшена на 10%, то, чтобы вернуться к прежней цене, придется ее увеличить более чем на 11%.

15) Если радиус первого арбуза на 25% меньше, чем радиус второго, то отношение объема второго к объему первого меньше, чем 2.

IV. Верно ли, что каждое из чисел 1, 2, 3, ..., 10 удовлетворяет неравенству?

16)  $x^2 - 10x - 11 < 0$

19)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{10} \leq 0$

17)  $(x-1)(x-5)(x-7) \geq 0$

20)  $10 \sin x + 5^x > 10$

18)  $\left| \frac{x+5}{x+2} - 1 \right| \geq \frac{1}{4}$

V. Верно ли утверждение?

21) Любой прямоугольник имеет четыре оси симметрии.

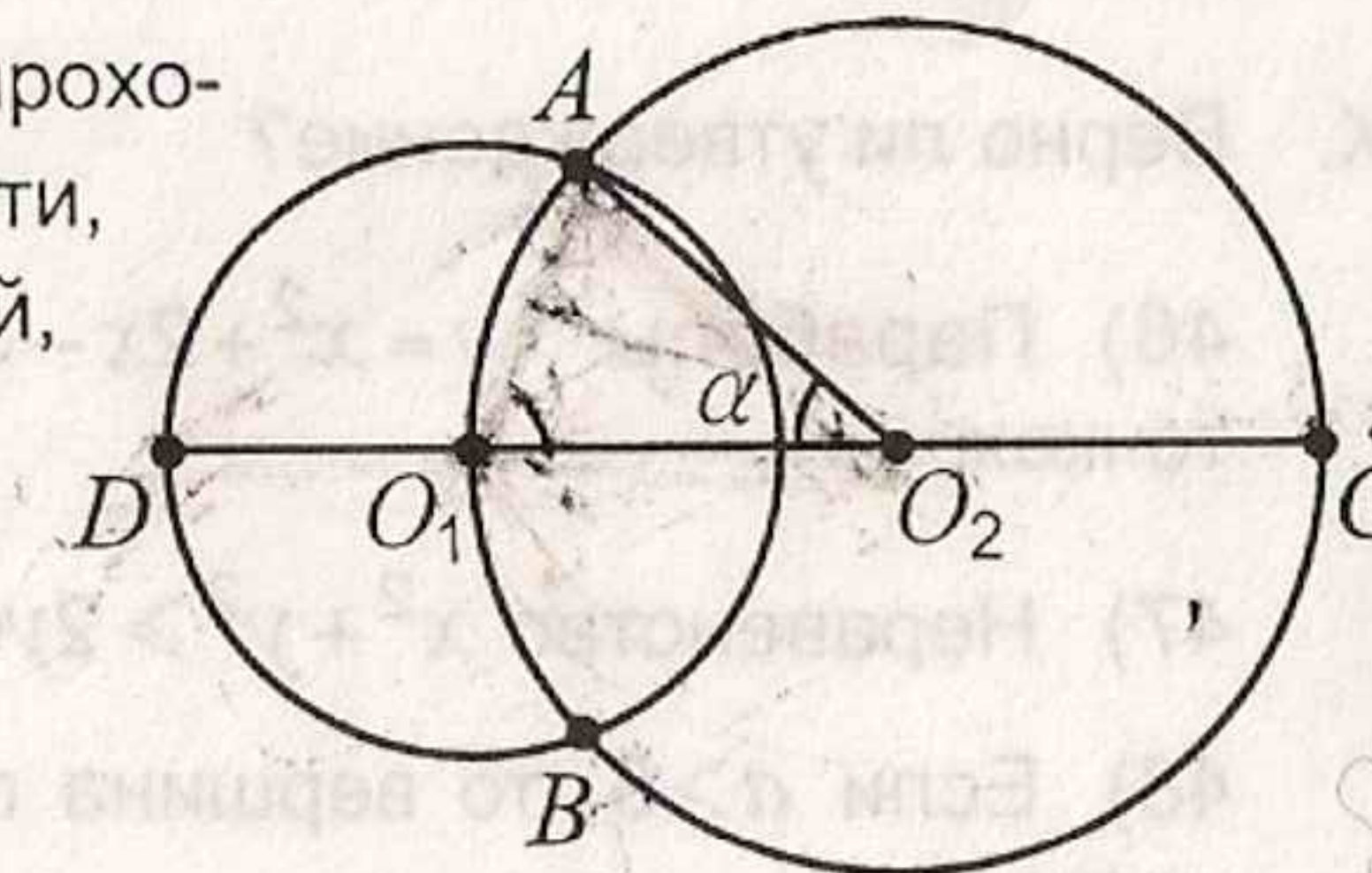
22) Внутренний угол правильного 361-угольника меньше  $179^\circ$ .

23) Если прямые  $a$  и  $b$  параллельны, а прямые  $b$  и  $c$  скрещиваются, то прямые  $a$  и  $c$  тоже скрещиваются.

24) Если в треугольнике медиана меньше половины стороны, к которой она проведена, то этот треугольник тупоугольный.

25) Если три серединных перпендикуляра к трем сторонам четырехугольника пересекаются в одной точке, то через эту точку проходит и серединный перпендикуляр к четвертой стороне.

VI. Большая окружность (с центром  $O_2$ ) проходит через центр  $O_1$  меньшей окружности,  $A$  и  $B$  — точки пересечения окружностей, отрезок  $DC$  проходит через  $O_1$  и  $O_2$ . Радиус меньшей окружности равен 1,  $\angle AO_2O_1 = \alpha$ . Верно ли утверждение?



26)  $\angle O_1AB = \angle O_1CB$

27) Прямая  $AC$  — касательная к меньшей окружности.

28) Треугольник  $O_1AB$  подобен треугольнику  $O_2AC$ .

29) Площадь треугольника  $O_1AO_2$  равна  $\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ .

30) Если  $AD = AO_2$ , то  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ .

VII. Верно ли, что все корни уравнения лежат на отрезке  $[-2; 3]$ ?

31)  $x^2 + 5x - 8 = 0$

34)  $2 \lg x = \lg(x+2)$

32)  $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$

35)  $2^{x-2} + \sqrt{2x-1} = 4$

33)  $\sqrt{10-x^2} = x$

VIII. Верно ли утверждение о функциях  $f(x) = \log_2(x+1)$  и  $g(x) = 1-x^2$ ?

36) Функции  $f(x)$  и  $f(x) \cdot g(x)$  имеют одинаковые области определения.

37) На интервале  $(0; 1)$  обе функции  $f(x)$  и  $g(x)$  возрастают.

38) Уравнение  $f(x) = g(x)$  не имеет корней.

39) Функция  $f(x) - g(x)$  возрастает при  $x > 0$ .

40) Если  $h(x) = (\sqrt{g(x)})'$ , то область значений  $h(x)$  — множество всех действительных чисел.

IX. Верно ли утверждение?

41) Прямые  $4x + 2y - 6 = 0$  и  $y = -2x + 3$  совпадают.

42) Касательная к параболу  $y = x^2$  в точке  $(2; 4)$  параллельна прямой  $y = 2x + 1$ .

43) Тангенс угла между прямыми  $y = 2x$  и  $y = \frac{1}{2}x$  равен  $\frac{3}{4}$ .

44) Существует касательная к параболу  $y = x^2$ , которая проходит через точку с координатами  $(10; 101)$ .

45) Если область определения функции  $y = f(x)$  — это отрезок  $[-3; 1]$ , то область определения функции  $y = f(3-2x)$  — это отрезок  $[1; 3]$ .