Найдите все значения величины *x*, удовлетворяющие неравенству $(a+2)x^3-(1+2a)x^2-6x+(a^2+4a-5)>0$ хотя бы при одном значении *a*, принадлежащем промежутку [-2;1]

Задача будет решаться просто, если «поменять местами» переменную и параметр. Т.е. рассматривать переменную как параметр, а параметр – как переменную.
Для этого перегруппируем:

$$a^2+4a-5+ax^3+2x^3-x^2-2ax^2-6x>0$$

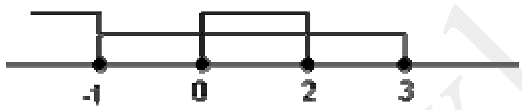
$$a^2+a(4+x^3-2x^2)+2x^3-x^2-6x-5>0$$

Будем рассуждать так.
Раз надо найти такие *x*, чтоб неравенство было выполнено ХОТЯ БЫ ПРИ ОДНОМ значении $a\in[-2;1]$, то найдем сперва такие *x*, при которых неравенство НЕ будет выполнено НИ ПРИ ОДНОМ *a* из этого промежутка. Тогда все остальные *x* будут ответом к задаче.

Считая *a* переменной, имеем параболу, ветви которой направлены вверх. Если дискриминант меньше нуля, то неравенство будет выполнено вообще всегда. Если дискриминант больше нуля, то решением нашей вспомогательной задачи будут те *x*, при которых весь отрезок $[-2;1]$ попадет на участок отрицательности, т.е. должны выполниться условия:

$$\begin{cases} f(-2)\le 0 \\ f(1)\le 0 \end{cases} \to \begin{cases} 4-8-2x^3+4x^2+2x^3-x^2-6x-5\le 0 \\ 1+4+x^3-2x^2+2x^3-x^2-6x-5\le 0 \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} 3x^2-6x-9\le 0 \\ 3x^3-3x^2-6x\le 0 \end{cases} \to \begin{cases} (x+1)(x-3)\le 0 \\ x(x+1)(x-2)\le 0 \end{cases}$$



Получаем $x\in\{-1\}\cup[0;2]$

Ответ: $x\in(-\infty;-1)\cup(-1;0)\cup(2;\infty)$