6 класс

6.1. Дедушка старше внука в 31 раз. Через сколько лет он будет старше внука в 7 раз, если известно, что дедушке больше 50, но меньше 90 лет?

6.2. В строку выписали все числа от 100 до 2000: 100101102103...199819992000. Сколько раз в выписанном ряду цифр четыре подряд идущие цифры образуют число 2011? Напишите, как получились эти числа 2011. (Например, число 210 можно получить из чисел 102 и 103: 10**210**3)

6.3. Одиннадцать шестиклассников встали в круг. Они договорились, что некоторые из них всегда говорят правду, а все другие — всегда лгут. Каждому из них раздали по две карточки, и каждый сказал: «У меня карточки одного цвета». После этого каждый передал обе свои карточки своему соседу справа. Могли ли они все после этого сказать: «У меня теперь карточки разных цветов»?

6.4. Из клетчатого квадрата 7×7 по границам клеток вырезали равное количество квадратов 2×2 и прямоугольников 1×4. Какое наибольшее количество этих фигурок могло быть вырезано?

6.5. На городской олимпиаде по математике каждому участнику присваивается шифр — произвольное число, оканчивающееся номером класса, в котором он учится. В олимпиаде по 6 и 7 классам приняли участие 75 детей, и оказалось, что сумма шифров шестиклассников равна сумме шифров семиклассников. На следующий год в олимпиаде по 7 и 8 классам приняли участие эти же 75 ребят. Могли ли суммы шифров этих теперь уже семи- и восьмиклассников опять оказаться равными? Обоснуйте свой ответ. (Шифры следующего года не связаны с шифрами предыдущего.)

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте `www.100ege.ru`. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 6 класса в 18-30.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников

6 класс

6.1. Дедушка старше внука в 31 раз. Через сколько лет он будет старше внука в 7 раз, если известно, что дедушке больше 50, но меньше 90 лет?

6.2. В строку выписали все числа от 100 до 2000: 100101102103...199819992000. Сколько раз в выписанном ряду цифр четыре подряд идущие цифры образуют число 2011? Напишите, как получились эти числа 2011. (Например, число 210 можно получить из чисел 102 и 103: 10**210**3)

6.3. Одиннадцать шестиклассников встали в круг. Они договорились, что некоторые из них всегда говорят правду, а все другие — всегда лгут. Каждому из них раздали по две карточки, и каждый сказал: «У меня карточки одного цвета». После этого каждый передал обе свои карточки своему соседу справа. Могли ли они все после этого сказать: «У меня теперь карточки разных цветов»?

6.4. Из клетчатого квадрата 7×7 по границам клеток вырезали равное количество квадратов 2×2 и прямоугольников 1×4. Какое наибольшее количество этих фигурок могло быть вырезано?

6.5. На городской олимпиаде по математике каждому участнику присваивается шифр — произвольное число, оканчивающееся номером класса, в котором он учится. В олимпиаде по 6 и 7 классам приняли участие 75 детей, и оказалось, что сумма шифров шестиклассников равна сумме шифров семиклассников. На следующий год в олимпиаде по 7 и 8 классам приняли участие эти же 75 ребят. Могли ли суммы шифров этих теперь уже семи- и восьмиклассников опять оказаться равными? Обоснуйте свой ответ. (Шифры следующего года не связаны с шифрами предыдущего.)

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте `www.100ege.ru`. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 6 класса в 18-30.

7 класс

7.1. Укажите наименьшее натуральное число, делящееся на 25, сумма цифр которого также делится на 25. (Объяснения, почему это число наименьшее, не требуются.)

7.2. В классе больше 20, но меньше 30 учеников. При этом в классе тех, кто ходит в шахматный кружок, в 2 раза меньше, чем тех, кто не ходит. А тех, кто ходит в шашечный кружок, в 3 раза меньше, чем тех, кто не ходит. Сколько учеников в классе?

7.3. Для нескольких точек, расположенных на прямой, вычисляются расстояния между каждыми двумя из них (например, для четырёх точек таких расстояний будет шесть). Отметьте на прямой восемь точек так, чтобы расстояние между крайними точками было равно 7, а среди расстояний между точками ровно три раза встречалось расстояние 1, ровно два раза — расстояние 2, ровно пять раз — расстояние 3.

7.4. За круглым столом сидит 11 человек — лжецов и рыцарей (рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет). Каждому из них раздали по две карточки. Известно, что карточки только синие и красные. Каждый сказал: «У меня одноцветные карточки». После этого каждый передал одну из своих карточек соседу справа. Могли ли все после этого сказать: «У меня разноцветные карточки»?

7.5. В волейбольном турнире каждая из шести участвовавших в нем команд сыграла с каждой по одному разу, и команды разбились на группы по количеству набранных очков: в первую вошли все команды с наибольшим количеством очков, ..., в последнюю — с наименьшим. Оказалось, что для каждой группы входящие в нее команды набрали разное количество очков в играх между собой. Какое наименьшее количество очков могла набрать команда первой группы? (В волейболе ничьих не бывает, за победу даётся 1 очко, за поражение — 0 очков.)

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте `www.100ege.ru`. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 7 класса в 19-00.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников

7 класс

7.1. Укажите наименьшее натуральное число, делящееся на 25, сумма цифр которого также делится на 25. (Объяснения, почему это число наименьшее, не требуются.)

7.2. В классе больше 20, но меньше 30 учеников. При этом в классе тех, кто ходит в шахматный кружок, в 2 раза меньше, чем тех, кто не ходит. А тех, кто ходит в шашечный кружок, в 3 раза меньше, чем тех, кто не ходит. Сколько учеников в классе?

7.3. Для нескольких точек, расположенных на прямой, вычисляются расстояния между каждыми двумя из них (например, для четырёх точек таких расстояний будет шесть). Отметьте на прямой восемь точек так, чтобы расстояние между крайними точками было равно 7, а среди расстояний между точками ровно три раза встречалось расстояние 1, ровно два раза — расстояние 2, ровно пять раз — расстояние 3.

7.4. За круглым столом сидит 11 человек — лжецов и рыцарей (рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет). Каждому из них раздали по две карточки. Известно, что карточки только синие и красные. Каждый сказал: «У меня одноцветные карточки». После этого каждый передал одну из своих карточек соседу справа. Могли ли все после этого сказать: «У меня разноцветные карточки»?

7.5. В волейбольном турнире каждая из шести участвовавших в нем команд сыграла с каждой по одному разу, и команды разбились на группы по количеству набранных очков: в первую вошли все команды с наибольшим количеством очков, ..., в последнюю — с наименьшим. Оказалось, что для каждой группы входящие в нее команды набрали разное количество очков в играх между собой. Какое наименьшее количество очков могла набрать команда первой группы? (В волейболе ничьих не бывает, за победу даётся 1 очко, за поражение — 0 очков.)

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте www.100ege.ru. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 7 класса в 19-00.

8 класс

8.1. Если в произведении двух чисел первый множитель увеличить на 1, а второй уменьшить на 1, то произведение увеличится на 2011. Как изменится произведение исходных чисел, если, наоборот, первый множитель уменьшить на 1, а второй увеличить на 1?

8.2. От шоссе к четырем поселкам A, B, C, D последовательно отходят четыре дороги. Известно, что путь по дороге-шоссе-дороге от A до B равен 9 км, от A до C — 13 км, от B до C — 8 км, от B до D — 14 км. Найдите длину такого пути от A до D.

8.3. Найдите все тройки положительных чисел, для которых выполняется равенство $a^2(a-1)+b^2(b-1)+c^2(c-1) = a(a-1)+b(b-1)+c(c-1)$.

8.4. На доске написаны три различных числа от 1 до 9. Одним ходом разрешается либо прибавить к одному из чисел 1, либо вычесть из всех чисел по 1. Верно ли, что всегда можно добиться того, чтобы на доске остались только нули, сделав не более 23 ходов?

8.5. На сторонах BC и BA треугольника ABC выбраны соответственно точки D и E так, что $DE \parallel AC$. Оказалось, что биссектрисы углов AED и EDC пересекаются в точке F, лежащей на стороне AC. Докажите, что центр окружности, вписанной в треугольник ABC, является центром окружности, описанной около треугольника EDF.

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте `www.100ege.ru`. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 8 класса в 19-30.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников

8 класс

8.1. Если в произведении двух чисел первый множитель увеличить на 1, а второй уменьшить на 1, то произведение увеличится на 2011. Как изменится произведение исходных чисел, если, наоборот, первый множитель уменьшить на 1, а второй увеличить на 1?

8.2. От шоссе к четырем поселкам A, B, C, D последовательно отходят четыре дороги. Известно, что путь по дороге-шоссе-дороге от A до B равен 9 км, от A до C — 13 км, от B до C — 8 км, от B до D — 14 км. Найдите длину такого пути от A до D.

8.3. Найдите все тройки положительных чисел, для которых выполняется равенство $a^2(a-1)+b^2(b-1)+c^2(c-1) = a(a-1)+b(b-1)+c(c-1)$.

8.4. На доске написаны три различных числа от 1 до 9. Одним ходом разрешается либо прибавить к одному из чисел 1, либо вычесть из всех чисел по 1. Верно ли, что всегда можно добиться того, чтобы на доске остались только нули, сделав не более 23 ходов?

8.5. На сторонах BC и BA треугольника ABC выбраны соответственно точки D и E так, что $DE \parallel AC$. Оказалось, что биссектрисы углов AED и EDC пересекаются в точке F, лежащей на стороне AC. Докажите, что центр окружности, вписанной в треугольник ABC, является центром окружности, описанной около треугольника EDF.

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте `www.100ege.ru`. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 8 класса в 19-30.

9 класс

9.1. Положительные числа a, b, c таковы, что точка $K(1;2)$ расположена вне параболы $y = ax^2 + bx + c$. Определите, как эта точка расположена по отношению к параболе $y = cx^2 + bx + a$.

9.2. Из произведения трех последовательных натуральных чисел вычли их сумму и получили нечетное число N. Докажите, что число N является произведением каких-то трех последовательных нечетных чисел.

9.3. В классе больше 20, но меньше 30 учеников, дни рождения у всех различны. Петя сказал: «Тех, кто старше меня в классе, в два раза больше тех, кто младше меня». Катя сказала: «Тех, кто старше меня в классе, в три раза меньше тех, кто младше меня». Сколько учеников в классе?

9.4. Точки A_1, B_1, C_1 — соответственно середины сторон BC, CA, AB треугольника ABC. Пусть O_1, O_2, O_3, O_4 — соответственно центры окружностей, описанных около треугольников AB_1C_1, BC_1A_1, CA_1B_1, $A_1B_1C_1$. Докажите, что O_4 — точка пересечения высот треугольника $O_1O_2O_3$.

9.5. Внучка выкопала на огороде 45 репок, веса которых — все натуральные числа от 1 до 45. Могла ли внучка дать по 15 репок деду и бабке так, чтобы выполнилось следующее условие: какие бы две своих репки ни положили на одну чашку весов дед и бабка — по одной каждый, внучка сможет положить на другую чашку весов одну или две свои репки так, чтобы весы уравновесились?

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте `www.100ege.ru`. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 9 класса в 20-00.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников

9 класс

9.1. Положительные числа a, b, c таковы, что точка $K(1;2)$ расположена вне параболы $y = ax^2 + bx + c$. Определите, как эта точка расположена по отношению к параболе $y = cx^2 + bx + a$.

9.2. Из произведения трех последовательных натуральных чисел вычли их сумму и получили нечетное число N. Докажите, что число N является произведением каких-то трех последовательных нечетных чисел.

9.3. В классе больше 20, но меньше 30 учеников, дни рождения у всех различны. Петя сказал: «Тех, кто старше меня в классе, в два раза больше тех, кто младше меня». Катя сказала: «Тех, кто старше меня в классе, в три раза меньше тех, кто младше меня». Сколько учеников в классе?

9.4. Точки A_1, B_1, C_1 — соответственно середины сторон BC, CA, AB треугольника ABC. Пусть O_1, O_2, O_3, O_4 — соответственно центры окружностей, описанных около треугольников AB_1C_1, BC_1A_1, CA_1B_1, $A_1B_1C_1$. Докажите, что O_4 — точка пересечения высот треугольника $O_1O_2O_3$.

9.5. Внучка выкопала на огороде 45 репок, веса которых — все натуральные числа от 1 до 45. Могла ли внучка дать по 15 репок деду и бабке так, чтобы выполнилось следующее условие: какие бы две своих репки ни положили на одну чашку весов дед и бабка — по одной каждый, внучка сможет положить на другую чашку весов одну или две свои репки так, чтобы весы уравновесились?

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте `www.100ege.ru`. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 9 класса в 20-00.

10 класс

10.1. Парабола $y = ax^2$ высекает на прямых $y = 1$, $y = 2$, $y = 3$ три отрезка. Докажите, что из этих отрезков можно сложить прямоугольный треугольник.

10.2. Существуют ли пять последовательных натуральных чисел таких, что если к сумме этих чисел прибавить их произведение, то результат будет оканчиваться на 2011?

10.3. Среди троек целых чисел a, b, c, для которых выполняется равенство $a^3(a-1) + b^3(b-1) + c^3(c-1) = a(a-1) + b(b-1) + c(c-1)$, найдите тройку с наименьшей суммой.

10.4. На сторонах BC и BA треугольника ABC выбраны точки A_1 и C_1 соответственно так, что $\angle BAA_1 = \angle BCC_1$. Биссектриса BL треугольника ABC пересекает отрезок A_1C_1 в точке K. Докажите, что $A_1K \cdot CL = C_1K \cdot AL$.

10.5. Внучка выкопала на огороде 45 репок, веса которых — все натуральные числа от 1 до 45. Могла ли внучка дать по 15 репок деду и бабке так, чтобы выполнилось следующее условие: какие бы две своих репки ни положили на одну чашку весов дед и бабка — по одной каждый, внучка сможет положить на другую чашку весов одну или две свои репки так, чтобы весы уравновесились?

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте `www.100ege.ru`. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 10 класса в 20-30.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников

10 класс

10.1. Парабола $y = ax^2$ высекает на прямых $y = 1$, $y = 2$, $y = 3$ три отрезка. Докажите, что из этих отрезков можно сложить прямоугольный треугольник.

10.2. Существуют ли пять последовательных натуральных чисел таких, что если к сумме этих чисел прибавить их произведение, то результат будет оканчиваться на 2011?

10.3. Среди троек целых чисел a, b, c, для которых выполняется равенство $a^3(a-1) + b^3(b-1) + c^3(c-1) = a(a-1) + b(b-1) + c(c-1)$, найдите тройку с наименьшей суммой.

10.4. На сторонах BC и BA треугольника ABC выбраны точки A_1 и C_1 соответственно так, что $\angle BAA_1 = \angle BCC_1$. Биссектриса BL треугольника ABC пересекает отрезок A_1C_1 в точке K. Докажите, что $A_1K \cdot CL = C_1K \cdot AL$.

10.5. Внучка выкопала на огороде 45 репок, веса которых — все натуральные числа от 1 до 45. Могла ли внучка дать по 15 репок деду и бабке так, чтобы выполнилось следующее условие: какие бы две своих репки ни положили на одну чашку весов дед и бабка — по одной каждый, внучка сможет положить на другую чашку весов одну или две свои репки так, чтобы весы уравновесились?

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте `www.100ege.ru`. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 10 класса в 20-30.

11 класс

11.1. График функция $y = ax^4$ высекает на прямых $y = 1$, $y = 4$, $y = 9$ три отрезка. Докажите, что из этих отрезков можно сложить прямоугольный треугольник.

11.2. В последовательности квадратных трехчленов $x^2 + ax + b$, $x^2+(a+1)x+(b+1)$, $x^2+(a+2)x+(b+2)$, $\ldots$, где a — целое число, некоторые два имеют общий корень. Докажите, что все эти трёхчлены имеют корни, и все эти корни — целые числа.

11.3. В основании семиугольной пирамиды $SA_1A_2\ldots A_7$ лежит выпуклый семиугольник $A_1A_2\ldots A_7$. Известно, что проекции вершин A_2, A_4, A_6 на прямую SA_1 попадают в одну точку. Докажите, что проекции вершин A_3, A_5, A_7 также попадают в одну точку.

11.4. Сумма первых n натуральных чисел, где n — четное число, оканчивается цифрой 8. Какой цифрой может оканчиваться сумма следующих n чисел (например, если $n = 4$, то первая сумма есть $1 + 2 + 3 + 4$, а вторая — $5 + 6 + 7 + 8$)?

11.5. На доске написаны три различных числа от 1 до 9. Одним ходом разрешается либо прибавить к двум из чисел 1, либо вычесть из всех чисел по 1. Верно ли, что сделав не более 30 таких ходов, всегда можно добиться того, чтобы на доске остались только нули?

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте `www.100ege.ru`. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 11 класса в 21-00.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников

11 класс

11.1. График функция $y = ax^4$ высекает на прямых $y = 1$, $y = 4$, $y = 9$ три отрезка. Докажите, что из этих отрезков можно сложить прямоугольный треугольник.

11.2. В последовательности квадратных трехчленов $x^2 + ax + b$, $x^2+(a+1)x+(b+1)$, $x^2+(a+2)x+(b+2)$, $\ldots$, где a — целое число, некоторые два имеют общий корень. Докажите, что все эти трёхчлены имеют корни, и все эти корни — целые числа.

11.3. В основании семиугольной пирамиды $SA_1A_2\ldots A_7$ лежит выпуклый семиугольник $A_1A_2\ldots A_7$. Известно, что проекции вершин A_2, A_4, A_6 на прямую SA_1 попадают в одну точку. Докажите, что проекции вершин A_3, A_5, A_7 также попадают в одну точку.

11.4. Сумма первых n натуральных чисел, где n — четное число, оканчивается цифрой 8. Какой цифрой может оканчиваться сумма следующих n чисел (например, если $n = 4$, то первая сумма есть $1 + 2 + 3 + 4$, а вторая — $5 + 6 + 7 + 8$)?

11.5. На доске написаны три различных числа от 1 до 9. Одним ходом разрешается либо прибавить к двум из чисел 1, либо вычесть из всех чисел по 1. Верно ли, что сделав не более 30 таких ходов, всегда можно добиться того, чтобы на доске остались только нули?

Условия сдавать не нужно. Вы можете забрать их с собой.

Сегодня, 11 декабря, будет проведен онлайн-разбор решений задач олимпиады. Для участия необходимо заранее (за час) зарегистрироваться на сайте `www.100ege.ru`. Разбор проводят составители олимпиады. Вы сможете задать им свои вопросы.

Начало разбора для 11 класса в 21-00.