Время выполнения заданий (части A и B) — 160 минут.

Часть A

Задания A1-A30

При выполнении заданий A1—A20 в бланке ответов найдите номер выполняемого задания и отметьте клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа, в соответствии с образцом на бланке.

1. Сколько решений имеет система $\begin{cases} y + x^2 = 0, \\ y = |x|\,? \end{cases}$

$\boxed{\mathbf{1}}$ одно $\boxed{\mathbf{2}}$ два $\boxed{\mathbf{3}}$ три $\boxed{\mathbf{4}}$ четыре или больше $\boxed{\mathbf{5}}$ решений нет

2. А.Попович срубил З.Горынычу 60% всех голов, однако на 70% всех оставшихся свободными шей выросли по 4 новых головы на каждой. На сколько процентов увеличилось общее количество голов на всех шеях З.Горыныча? Укажите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Если $\dfrac{2x+5y}{x+4y} = 3$, то дробь $\dfrac{25x+5y}{4x-6y}$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 5

4. Если $a = \sin\left(\dfrac{11\pi}{6}\right)$, то значение выражения $\sqrt{a^2 - 5a + 1 - \sqrt{a^2 - 2a + 1}}$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ 0,5 $\boxed{\mathbf{2}}$ 1 $\boxed{\mathbf{3}}$ 1,5 $\boxed{\mathbf{4}}$ 2 $\boxed{\mathbf{5}}$ 2,5

5. Укажите наименьший корень уравнения $\sin\dfrac{\pi x}{4} + \cos\dfrac{\pi x}{4} = 0$ принадлежащий отрезку $0 \leqslant x \leqslant 8$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 3 $\boxed{\mathbf{3}}$ 5 $\boxed{\mathbf{4}}$ 7 $\boxed{\mathbf{5}}$ 2

6. Значение выражения $63\big(\log_{(16\sqrt{2})} 9\big)\big(\log_{(27\sqrt{3})} 8\big)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

7. Больший корень уравнения $\dfrac{(x+2)(x+3)(x+4)}{x-3} = 0$ равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 3 $\boxed{\mathbf{2}}$ -2 $\boxed{\mathbf{3}}$ -3 $\boxed{\mathbf{4}}$ -4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 2

8. Если число x равно корню уравнения $10 \cdot 3^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 81 \cdot 2^x$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (-999;\ 1{,}3)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in [1{,}3;\ 2{,}3)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in [2{,}3;\ 3{,}3)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in [3{,}3;\ 4{,}3)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in [4{,}3;\ 999)$

9. Наименьшее значение функции $f(x) = x - 10\sqrt{x}$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ -24 $\boxed{\mathbf{2}}$ -25 $\boxed{\mathbf{3}}$ -5 $\boxed{\mathbf{4}}$ $-12{,}5$ $\boxed{\mathbf{5}}$ -100

10. Если число d равно растоянию на числовой оси между двумя корнями уравнения $25^{-x} - 8 \cdot 15^{-x} + 15 \cdot 9^{-x} = 0$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $d \in (0;\ 0{,}6)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $d \in [0{,}6;\ 1{,}1)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $d \in [1{,}1;\ 1{,}6)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $d \in [1{,}6;\ 2{,}1)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $d \in [2{,}1;\ 999)$

11. Производная функции $f(x) = x + \dfrac{1}{x} + x^2 + \dfrac{1}{x^2} + x^3 + \dfrac{1}{x^3}$ в точке $x = 1$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 6 $\boxed{\mathbf{2}}$ -3 $\boxed{\mathbf{3}}$ 2 $\boxed{\mathbf{4}}$ 0 $\boxed{\mathbf{5}}$ 12

12. Найдите сумму всех различных корней уравнения $\log_3 \sqrt[3]{x} + \log_x 9 = \frac{5}{3}$ и укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

13. Если число $\mathcal{X}$ равно наименьшему положительному корню уравнения $\cos^2(4x) + \cos^2(12x) - \cos(8x)\cos(38x) = 1$, то значение выражения $\pi\mathcal{X}^{-1}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

14. Прямая, касающаяся графика функции $y = (x-4)^3 + 100$ в точке с абсциссой $x = 3$, пересекает ось ординат в точке $(0;\ Y)$, причем Y — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

15. Наибольшее значение параметра p, при котором уравнение $8^x - 18 \cdot 4^x + 15 \cdot 2^{x+2} = p$ имеет ровно два различных корня, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

16. В начале 2001 года Билл положил 32 у. е. в банк. В начале 2003 года он обнаружил, что за два года сумма на его счету стала больше на 40 у. е.. В начале какого года он в первый раз обнаружит на своем счету сумму, которая будет больше 200 у. е., если начисленные проценты прибавляются ко вкладу в конце каждого года и условия помещения капитала в этот банк не меняются?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 2004 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2005 $\boxed{\mathbf{3}}$ 2006 $\boxed{\mathbf{4}}$ 2007 $\boxed{\mathbf{5}}$ 2008 или позже

17. Сумма всех различных значений параметра p, при которых уравнение $\dfrac{x^2 - 2px + p^2 + p - 20}{x} = 0$ имеет единственный корень, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

18. Найдите сумму всех целочисленных решений неравенства $\sqrt{\dfrac{2x+2}{x-3}} \cdot \dfrac{x^2 - 7x + 10}{(x-7)(x-5)} \cdot \sqrt{(8-x)(x+6)} \leqslant 0$ и укажите в ответе остаток от деления полученного числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

19. Произведение всех различных корней уравнения

$$\sqrt{2\log_3|x-7| - \log_3|x| + 5} = \log_3|x| - 2\log_3|x-7| + 7$$

равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

20. В треугольнике ABC проведена биссектриса CM, причем $BC = 9$, $AC = 6$, $MB = 3$. Прямая, проходящая через точку C, пересекает прямую AB в точке N, причем отрезок CB совпадает с биссектрисой треугольника CMN. Пусть число x равно длине отрезка BN. Укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (0;\ 3{,}2)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in [3{,}2;\ 4{,}4)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in [4{,}4;\ 5{,}6)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in [5{,}6;\ 6{,}8)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in [6{,}8;\ 999)$

Часть B

Задания B1-B10

Ответом на задания B1-B5 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус для отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке Единицы измерений, а также символ процента писать не нужно.

1. Найдите сумму всех различных целочисленных значений параметра p, при которых уравнение $(p^2-16p+55)x^4-6\sqrt{3x^4}+1=0$ имеет ровно два различных корня.

2. Найдите наименьшее (или единственное) значение параметра p, при котором система уравнений $\begin{cases} x\log_2(p-3)+y\log_2(p-1)=q^2+3+3y, \\ x-y=4q \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений решений хотя бы для одного значения параметра q.

3. Требуется изготовить будку для собаки в форме прямоугольного параллелепипеда из трех листов фанеры, причем пол и две боковые стенки делать не нужно, так как будка будет стоять в углу двора у забора, и к тому же одна из боковых стенок должна быть обязательно квадратной. Стоимость 1 кв м фанеры, идущей на боковые стенки, равна 2 у. е., стоимость 1 кв м потолочного листа равна 1 у. е. Найдите наименьшую стоимость фанеры (в у. е.), при которой обьем будки будет равен 972 куб м.

4. В начале 2001 года Билл сделал в банк А вклад, равный 65 у. е. Годовая процентная ставка этого банка равна 8%. Джек в то же время сделал вклад в тот же банк на ту же сумму. В начале каждого следующего года Билл снимает со своего счета 2 у. е. и передает Джеку, который немедленно кладет эту сумму на свой счет. На сколько процентов в начале 2301 года вклад Джека будет больше вклада Джека? В ответе укажите ближайшее к точному ответу натуральное число.

5. Найдите наименьшее значение параметра p, при котором система уравнений $\begin{cases} |y|=\left||x|^3-18x^2+96|x|-128\right|, \\ |9x|+|y|=p \end{cases}$ имеет ровно 12 различных решений.