

Время выполнения заданий (части А и В) — 160 минут.

Часть А

Задания А1-А30

При выполнении заданий А1—А20 в бланке ответов найдите номер выполняемого задания и отметьте клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа, в соответствии с образцом на бланке.

1. Сколько решений имеет система  $\begin{cases} y + x^2 = 0, \\ y = |x|? \end{cases}$

1 одно  2 два  3 три  4 четыре или больше  5 решений нет

2. А.Попович срубил З.Горынычу 60% всех голов, однако на 70% всех оставшихся свободными шей выросли по 4 новых головы на каждой. На сколько процентов увеличилось общее количество голов на всех шеях З.Горыныча? Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1  2 2  3 3  4 4  5 0

3. Если  $\frac{2x + 5y}{x + 4y} = 3$ , то дробь  $\frac{25x + 5y}{4x - 6y}$  равна

1 1  2 2  3 3  4 4  5 5

4. Если  $a = \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ , то значение выражения  $\sqrt{a^2 - 5a + 1 - \sqrt{a^2 - 2a + 1}}$  равно

1 0,5  2 1  3 1,5  4 2  5 2,5

5. Укажите наименьший корень уравнения  $\sin\frac{\pi x}{4} + \cos\frac{\pi x}{4} = 0$  принадлежащий отрезку  $0 \leq x \leq 8$ .

1 1  2 3  3 5  4 7  5 2

6. Значение выражения  $63(\log_{(16\sqrt{2})} 9)(\log_{(27\sqrt{3})} 8)$  равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1  2 2  3 3  4 4  5 0

7. Больший корень уравнения  $\frac{(x + 2)(x + 3)(x + 4)}{x - 3} = 0$  равен

1 3  2 -2  3 -3  4 -4  5 2

8. Если число  $x$  равно корню уравнения  $10 \cdot 3^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 81 \cdot 2^x$ , то

1  $x \in (-999; 1,3)$   2  $x \in [1,3; 2,3)$   3  $x \in [2,3; 3,3)$   4  $x \in [3,3; 4,3)$   5  $x \in [4,3; 999)$

9. Наименьшее значение функции  $f(x) = x - 10\sqrt{x}$  равно

1 -24  2 -25  3 -5  4 -12,5  5 -100

10. Если число  $d$  равно расстоянию на числовой оси между двумя корнями уравнения  $25^{-x} - 8 \cdot 15^{-x} + 15 \cdot 9^{-x} = 0$ , то

1  $d \in (0; 0,6)$   2  $d \in [0,6; 1,1)$   3  $d \in [1,1; 1,6)$   4  $d \in [1,6; 2,1)$   5  $d \in [2,1; 999)$

11. Производная функции  $f(x) = x + \frac{1}{x} + x^2 + \frac{1}{x^2} + x^3 + \frac{1}{x^3}$  в точке  $x = 1$  равна

1 6  2 -3  3 2  4 0  5 12

12. Найдите сумму всех различных корней уравнения  $\log_3 \sqrt[3]{x} + \log_x 9 = \frac{5}{3}$  и укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1  2 2  3 3  4 4  5 0

13. Если число  $\mathcal{X}$  равно наименьшему положительному корню уравнения  $\cos^2(4x) + \cos^2(12x) - \cos(8x)\cos(38x) = 1$ , то значение выражения  $\pi\mathcal{X}^{-1}$  равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1  2  3  4  5  0

14. Прямая, касающаяся графика функции  $y = (x - 4)^3 + 100$  в точке с абсциссой  $x = 3$ , пересекает ось ординат в точке  $(0; Y)$ , причем  $Y$  — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

1  2  3  4  5  0

15. Наибольшее значение параметра  $p$ , при котором уравнение  $8^x - 18 \cdot 4^x + 15 \cdot 2^{x+2} = p$  имеет ровно два различных корня, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1  2  3  4  5  0

16. В начале 2001 года Билл положил 32 у. е. в банк. В начале 2003 года он обнаружил, что за два года сумма на его счету стала больше на 40 у. е.. В начале какого года он в первый раз обнаружит на своем счету сумму, которая будет больше 200 у. е., если начисленные проценты прибавляются ко вкладу в конце каждого года и условия помещения капитала в этот банк не меняются?

1 2004  2 2005  3 2006  4 2007  5 2008 или позже

17. Сумма всех различных значений параметра  $p$ , при которых уравнение  $\frac{x^2 - 2px + p^2 + p - 20}{x} = 0$  имеет единственный корень, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1  2  3  4  5  0

18. Найдите сумму всех целочисленных решений неравенства

$\sqrt{\frac{2x+2}{x-3}} \cdot \frac{x^2-7x+10}{(x-7)(x-5)} \cdot \sqrt{(8-x)(x+6)} \leq 0$  и укажите в ответе остаток от деления полученного числа на 5.

1  2  3  4  5  0

19. Произведение всех различных корней уравнения

$$\sqrt{2\log_3|x-7| - \log_3|x| + 5} = \log_3|x| - 2\log_3|x-7| + 7$$

равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1  2  3  4  5  0

20. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $CM$ , причем  $BC = 9$ ,  $AC = 6$ ,  $MB = 3$ .

Прямая, проходящая через точку  $C$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $N$ , причем отрезок  $CB$  совпадает с биссектрисой треугольника  $CMN$ . Пусть число  $x$  равно длине отрезка  $BN$ .

Укажите верное утверждение.

1  $x \in (0; 3,2)$   2  $x \in [3,2; 4,4)$   3  $x \in [4,4; 5,6)$   4  $x \in [5,6; 6,8)$   5  $x \in [6,8; 9,99)$

## Часть В

## Задания В1-В10

Ответом на задания В1-В5 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус для отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке Единицы измерений, а также символ процента писать не нужно.

1. Найдите сумму всех различных целочисленных значений параметра  $p$ , при которых уравнение  $(p^2 - 16p + 55)x^4 - 6\sqrt{3x^4} + 1 = 0$  имеет ровно два различных корня.
2. Найдите наименьшее (или единственное) значение параметра  $p$ , при котором система уравнений 
$$\begin{cases} x \log_2(p - 3) + y \log_2(p - 1) = q^2 + 3 + 3y, \\ x - y = 4q \end{cases}$$
 имеет бесконечное множество решений хотя бы для одного значения параметра  $q$ .
3. Требуется изготовить будку для собаки в форме прямоугольного параллелепипеда из трех листов фанеры, причем пол и две боковые стенки делать не нужно, так как будка будет стоять в углу двора у забора, и к тому же одна из боковых стенок должна быть обязательно квадратной. Стоимость 1 кв м фанеры, идущей на боковые стенки, равна 2 у. е., стоимость 1 кв м потолочного листа равна 1 у. е. Найдите наименьшую стоимость фанеры (в у. е.), при которой объем будки будет равен 972 куб м.
4. В начале 2001 года Билл сделал в банк А вклад, равный 65 у. е. Годовая процентная ставка этого банка равна 8%. Джек в то же время сделал вклад в тот же банк на ту же сумму. В начале каждого следующего года Билл снимает со своего счета 2 у. е. и передает Джеку, который немедленно кладет эту сумму на свой счет. На сколько процентов в начале 2301 года вклад Джека будет больше вклада Билла? В ответе укажите ближайшее к точному ответу натуральное число.
5. Найдите наименьшее значение параметра  $p$ , при котором система уравнений 
$$\begin{cases} |y| = \left| |x|^3 - 18x^2 + 96|x| - 128 \right|, \\ |9x| + |y| = p \end{cases}$$
 имеет ровно 12 различных решений.