

1. (3 балла) Петя и Вася выходят одновременно из пункта A и идут в пункт B , Петя по шоссе, а Вася по тропинке. Найти расстояние между A и B по шоссе, если путь по тропинке короче пути по шоссе на 5 км, скорость движения Васи 3 км/ч, а скорость Пети — натуральное число и он приходит в B на один час позже Васи.

2. (4 балла) Решите уравнение

$$\sqrt{25 \sin x + 24} + 2\sqrt{3} \cos x = 0.$$

3. (4 балла) Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{16}} x \geq -2^{-x}.$$

4. (5 баллов) Решите уравнение $f(\sqrt{x+4}) = f(2x)$, где $f(t) = 2t - t^2$ при всех действительных t .

5. (7 баллов) Через точки L, M, N , лежащие соответственно на рёбрах AB, AC, AD правильного тетраэдра $ABCD$ проведена плоскость. Известно, что рёбра тетраэдра равны 1, объём пирамиды $ALMN$ равен $\frac{\sqrt{2}}{48}$ и $AL = \frac{1}{3}$. Какие значения может принимать длина отрезка MN ?

6. (7 баллов) Какие из значений 8, 43, 2010 может принимать N , если известно, что уравнение

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{N}$$

имеет единственное решение в натуральных числах x и y ?

1. (3 балла) Петя и Вася выходят одновременно из пункта A и идут в пункт B , Петя по шоссе, а Вася по тропинке. Найти расстояние между A и B по шоссе, если путь по тропинке короче пути по шоссе на 6 км, скорость движения Васи 4 км/ч, а скорость Пети — натуральное число и он приходит в B на один час позже Васи.

2. (4 балла) Решите уравнение

$$\sqrt{41 \cos x + 40} + 2\sqrt{5} \sin x = 0.$$

3. (4 балла) Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}} x \geq 16^x.$$

4. (5 баллов) Решите уравнение $f(\sqrt{x+9}) = f(3x)$, где $f(t) = 3t - t^2$ при всех действительных t .

5. (7 баллов) Через точки L, M, N , лежащие соответственно на рёбрах AB, AC, AD правильного тетраэдра $ABCD$ проведена плоскость. Известно, что рёбра тетраэдра равны 1, объём пирамиды $ALMN$ равен $\frac{\sqrt{2}}{36}$ и $AL = \frac{2}{3}$. Какие значения может принимать длина отрезка MN ?

6. (7 баллов) Какие из значений 6, 47, 2010 может принимать N , если известно, что уравнение

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{N}$$

имеет единственное решение в натуральных числах x и y ?

Ответы к варианту 1-1

1. 8 км ($n = 4$).
2. $\pi + \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.
3. $x \in (0, 2]$.
4. $x = 0, \frac{1 + \sqrt{65}}{8}$.
5. $\frac{\sqrt{3}}{2} \leq |MN| \leq \frac{\sqrt{13}}{4}$.
6. $N = 43$.

Ответы к варианту 1-2

1. 10 км ($n = 5$).
2. $-\arccos \left(-\frac{4}{5}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.
3. $x \in \left(0, \frac{1}{4}\right]$.
4. $x = 0, \frac{1 + \sqrt{325}}{18}$.
5. $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq |MN| \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$.
6. $N = 47$.