

Вариант 1

1. Решите неравенство $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{(\log_2 3)^{4-x^2}} \leq (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-(\log_2 2)^{2x-1}}$.
2. На основании AC равнобедренного треугольника ABC взята точка E , а на боковых сторонах AB и BC точки D и F соответственно так, что $DE \parallel BC$ и $EF \parallel AB$. Какую часть площади треугольника ABC занимает площадь треугольника DEF , если $BF : EF = 2 : 3$?
3. Два вкладчика вложили деньги в общее дело. После этого один из них добавил еще 1 млн р., в результате чего его доля в общем деле увеличилась на 0,04, а когда он добавил еще 1 млн р., его доля увеличилась еще на 0,02. Сколько денег ему нужно добавить еще, чтобы увеличить свою долю еще на 0,04?
4. Решите неравенство $\frac{1}{\sqrt{-x-2}} - \frac{1}{\sqrt{x+4}} \leq 1 + \frac{1}{\sqrt{(x+4)(-x-2)}}$.
5. Числа 54 и 128 являются членами геометрической прогрессии. Найдите все натуральные числа, которые могут встретиться в этой прогрессии.
6. Проекция некоторой кривой в координатном пространстве на плоскости Oxz и Oyz удовлетворяют уравнениям $5x + \cos z = 0$ и $z = \operatorname{arctg} \sqrt{y-3}$ соответственно. Найдите функцию $y = f(x)$, график которой состоит из тех и только тех точек, которые могли бы при этих условиях служить проекциями точек той же кривой на плоскость Oxy ?
7. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} 25^x - 13 \cdot 5^x + a < 0 \\ 12 \sin^4 \pi x - \cos 4\pi x = 11 \end{cases}$$
 имеет хотя бы одно решение.
8. На ребре AS треугольной пирамиды $SABC$ отмечены такие точки M и N , что $AM = MN = NS$. Найдите площадь треугольника NBC , если площади треугольников ABC , MBC и SBC равны 1, 2 и $\sqrt{37}$ соответственно.
9. На доске написан квадратный трехчлен $x^2 + 9x + 47$. Таня (по своему усмотрению) увеличивает или уменьшает на 1 коэффициент при x , после чего Ваня увеличивает или уменьшает на фиксированное число m свободный член, а далее эти действия повторяются. Как только написанный на доске многочлен имеет целый корень, Ваня получает оценку «пять». Может ли он обеспечить себе «пятерку» при любых действиях Тани, если а) $m = 2$; б) $m = 3$?
10. Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 3$ и $BC = 1$ пересекаются в точке O . Две окружности, пересекающие основание BC в точках K и L соответственно, касаются друг друга в точке O , а прямой AD — в точках A и D соответственно. Найдите $AK^2 + DL^2$.

Вариант 2

1. Решите неравенство $(2 - \sqrt{3})^{(\log_3 4)^{2-x^2}} \leq (2 + \sqrt{3})^{-(\log_3 3)^{2-3x}}$
2. На основании AC равнобедренного треугольника ABC взята точка E , а на боковых сторонах AB и BC точки D и F соответственно так, что $DE \parallel BC$ и $EF \parallel AB$. Какую часть площади треугольника ABC занимает площадь треугольника DEF , если $BF : EF = 1 : 3$?
3. Два вкладчика вложили деньги в общее дело. После этого один из них добавил еще 1 млн р., в результате чего его доля в общем деле увеличилась на 0,05, а когда он добавил еще 1 млн р., его доля увеличилась еще на 0,04. Сколько денег ему нужно добавить еще, чтобы увеличить свою долю еще на 0,06?
4. Решите неравенство $\frac{1}{\sqrt{-x-4}} - \frac{1}{\sqrt{x+6}} \leq 1 + \frac{1}{\sqrt{(x+6)(-x-4)}}$
5. Числа 24 и 2187 являются членами геометрической прогрессии. Найдите все натуральные числа, которые могут встретиться в этой прогрессии.
6. Проекция некоторой кривой в координатном пространстве на плоскости Oxy и Oxz удовлетворяют уравнениям $\cos x + 3y = 0$ и $x = \operatorname{arctg} \sqrt{z+4}$ соответственно. Найдите функцию $z = f(y)$, график которой состоит из тех и только тех точек, которые могли бы при этих условиях служить проекциями точек той же кривой на плоскость Oyz ?
7. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} 36^x - 17 \cdot 6^x + a < 0 \\ 16 \sin^4 \pi x - 15 = \cos 4\pi x \end{cases}$$
 имеет хотя бы одно решение.
8. На ребре AS треугольной пирамиды $SABC$ отмечены такие точки M и N , что $AM = MN = NS$. Найдите площадь треугольника NBC , если площади треугольников ABC , MBC и SBC равны 2, 1 и $2\sqrt{7}$ соответственно.
9. На доске написан квадратный трехчлен $x^2 + 12x + 53$. Маша (по своему усмотрению) увеличивает или уменьшает на 1 коэффициент при x , после чего Саша увеличивает или уменьшает на фиксированное число m свободный член, а далее эти действия повторяются. Как только написанный на доске многочлен имеет целый корень, Саша получает оценку «пять». Может ли он обеспечить себе «пятерку» при любых действиях Маши, если а) $m = 2$; б) $m = 3$?
10. Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 3$ и $BC = 2$ пересекаются в точке O . Две окружности, пересекающие основание BC в точках K и L соответственно, касаются друг друга в точке O , а прямой AD — в точках A и D соответственно. Найдите $AK^2 + DL^2$.

Вариант 3

1. Решите неравенство $(\sqrt{5} - 2)^{(\log_3 5)^{x-2}} \leq (\sqrt{5} + 2)^{-(\log_5 2)^{3-x}}$.
2. На основании AC равнобедренного треугольника ABC взята точка E , а на боковых сторонах AB и BC точки D и F соответственно так, что $DE \parallel BC$ и $EF \parallel AB$. Какую часть площади треугольника ABC занимает площадь треугольника DEF , если $BF : EF = 1 : 4$?
3. Два вкладчика вложили деньги в общее дело. После этого один из них добавил еще 1 млн р., в результате чего его доля в общем деле увеличилась на 0,05, а когда он добавил еще 1 млн р., его доля увеличилась еще на 0,03. Сколько денег ему нужно добавить еще, чтобы увеличить свою долю еще на 0,07?
4. Решите неравенство $\frac{1}{\sqrt{-x-6}} - \frac{1}{\sqrt{x+8}} \leq 1 + \frac{1}{\sqrt{(x+8)(-x-6)}}$.
5. Числа 128 и 250 являются членами геометрической прогрессии. Найдите все натуральные числа, которые могут встретиться в этой прогрессии.
6. Проекция некоторой кривой в координатном пространстве на плоскости Oxy и Oyz удовлетворяют уравнениям $4x + \cos y = 0$ и $\arctg \sqrt{5} - z = y$ соответственно. Найдите функцию $z = f(x)$, график которой состоит из тех и только тех точек, которые могли бы при этих условиях служить проекциями точек той же кривой на плоскость Oxz ?
7. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} 49^x - 21 \cdot 7^x + a < 0 \\ 24 \sin^4 \pi x = \cos 4\pi x + 23 \end{cases}$$
 имеет хотя бы одно решение.
8. На ребре AS треугольной пирамиды $SABC$ отмечены такие точки M и N , что $AM = MN = NS$. Найдите площадь треугольника NBC , если площади треугольников ABC , MBC и SBC равны 3, 1 и $3\sqrt{2}$ соответственно.
9. На доске написан квадратный трехчлен $x^2 + 6x + 59$. Поля (по своему усмотрению) увеличивает или уменьшает на 1 коэффициент при x , после чего Коля увеличивает или уменьшает на фиксированное число m свободный член, а далее эти действия повторяются. Как только написанный на доске многочлен имеет целый корень, Коля получает оценку «пять». Может ли он обеспечить себе «пятерку» при любых действиях Поли, если а) $m = 2$; б) $m = 3$?
10. Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 4$ и $BC = 1$ пересекаются в точке O . Две окружности, пересекающие основание BC в точках K и L соответственно, касаются друг друга в точке O , а прямой AD — в точках A и D соответственно. Найдите $AK^2 + DL^2$.