

Время выполнения заданий 240 минут
Задания 1-10

1. В классе каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка – с двумя мальчиками. При этом в классе 12 парт, за каждой из которых сидит не больше двух человек, и 16 отличников и отличниц. Сколько учеников в классе?
2. Андрей бежит на лыжах быстрее Степы, но медленнее Димы. Они одновременно побежали по круговой дорожке из одного места в одном направлении и остановились в момент, когда были все трое в одном месте. За это время Дима обогнал Степу 13 раз. Сколько всего было обгонов (старт и финиш обгонами не считаются)?
3. Свинец не пропускает радиоактивное излучение. Каким минимальным числом свинцовых шаров (не обязательно одного радиуса) можно полностью загородить излучающий шарик?
4. При значении параметра a , для которого уравнение $x^4 = 27a|x-3|$ имеет ровно три корня, найдите тот из них, который больше 1.
5. Найдите максимально возможное количество совместных неравенств среди
 $-x < y^2 - z^2$, $x < y^2 - z^2$, $-y < z^2 - x^2$, $y < z^2 - x^2$, $-z < x^2 - y^2$, $z < x^2 - y^2$.
6. Рассмотрим числа $a_n = 19 \cdot 8^n + 17$ для всех натуральных n . Для каждого из этих чисел запишем его наименьший простой делитель. Найдите максимальное число из всех записанных.
7. Найдите сторону наименьшего целочисленного квадрата, вершины которого можно поместить на пару касающихся внутренним образом окружностей целых радиусов.
8. Стороны AB и AC треугольника ABC равны 6 и 7 соответственно, а биссектриса CD делится точкой O пересечения биссектрис в отношении $CO : OD = 3 : 2$. Найдите оставшуюся сторону BC .
9. Муравей хочет проползти по поверхности правильного октаэдра со стороной 2 из какой-нибудь точки в противоположную. Какое минимальное расстояние ему придется проползти при правильном выборе начальной точки и маршрута?
10. Сколько ломаных длины 7, проходящих через все вершины, можно образовать из ребер единичного куба?