

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №357

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

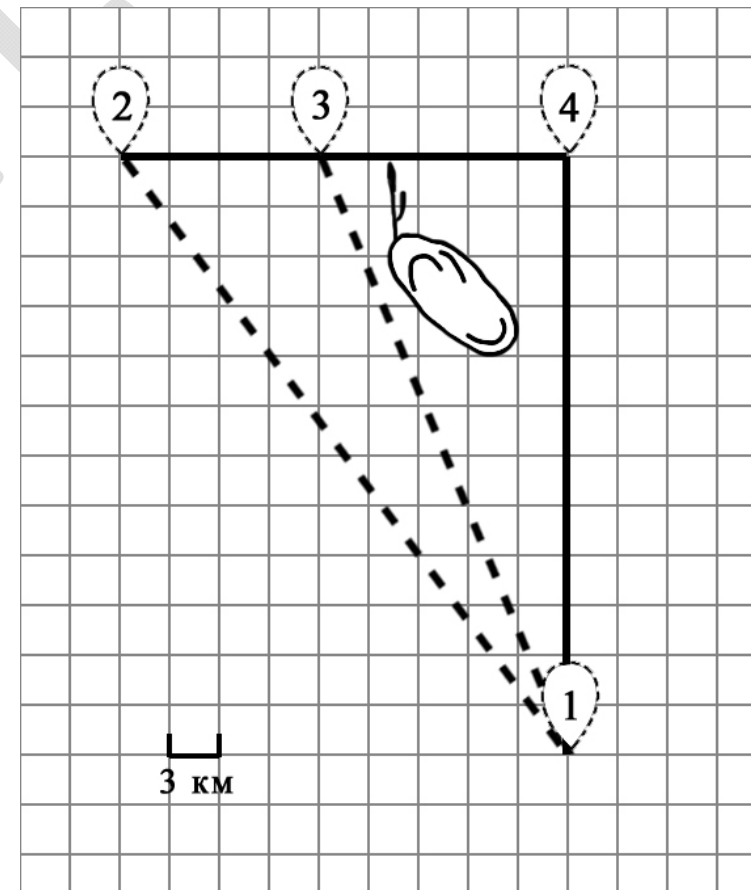
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане (см. рис. выше) изображено взаимное расположение населённых пунктов. Длина стороны каждой клетки на плане соответствует 3 км.

Дима летом отдыхает у бабушки в деревне Васильевка. Во вторник они собираются съездить на велосипедах в село Плодородное на ярмарку.

Из деревни Васильевка в село Плодородное можно проехать по прямой лесной дорожке.

Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Шарковку до деревни Рассвет, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Плодородное.

Есть и третий маршрут: в деревне Шарковка можно свернуть на прямую тропинку в село Плодородное, которая идёт мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.

По шоссе Дима с бабушкой едут со скоростью 25 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке – со скоростью 18 км/ч.

1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Населённые пункты	д. Васильевка	д. Шарковка	д. Рассвет
Цифры			

Ответ: _____.

2. Сколько километров проедут Дима с бабушкой от деревни Васильевка до села Плодородное, если они поедут по шоссе через деревню Рассвет?

Ответ: _____.

3. Найдите расстояние (в км) от деревни Шарковка до села Плодородное по прямой.

Ответ: _____.

4. Сколько минут затратят на дорогу из деревни Васильевка в село Плодородное Дима с бабушкой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в деревне Шарковка на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?

Ответ: _____.

5. В таблице (см. ниже) указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Васильевка (В), селе Плодородное (П), деревне Шарковка (Ш) и деревне Рассвет (Р).

Дима с бабушкой хотят купить 2 л молока, 3 кг говядины и 2 кг картофеля. Определите, в каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего. В ответе запишите стоимость (в рублях) данного набора в этом магазине.

Наименование продукта	В	П	Ш	Р
Молоко (1 л)	37	38	36	39
Хлеб (1 батон)	16	18	22	21
Сыр «Российский» (1 кг)	240	280	250	250
Говядина (1 кг)	420	430	415	410
Картофель (1 кг)	30	28	35	25

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{2 \cos \alpha - 8 \sin \alpha + 12}{4 \sin \alpha - \cos \alpha + 4}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,25$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c, d – вещественные положительные числа. Причём $a+b+c+d=4$.

Найдите наибольшее возможное значение выражения:

$$a^2bc + b^2cd + c^2da + d^2ab.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 6

2) 5

3) 4

4) 3

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{3\sqrt{12}}{\sqrt{45}-4\sqrt{3}} + 5\sqrt{2,4}(\sqrt{15}+3)$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6.$$

В ответе запишите значение выражения $-6x_1 - 7x_2$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. За круглым вращающимся столом, на котором стоят 8 белых и 7 чёрных чашек, сидят 15 гномов. Они надели 8 белых и 7 чёрных колпачков. Каждый гном берёт себе чашку, цвет которой совпадает с цветом его колпачка, и ставит напротив себя, после этого стол поворачивается случайным образом. Какое наибольшее число совпадений цвета чашки и колпачка можно гарантировать после поворота стола (гномы сами выбирают, как сесть, но не знают, как повернётся стол)?

Ответ: _____.

11. На множестве вещественных чисел $x \in (-\infty; +\infty)$ задана функция $f(x)$, являющаяся полиномом с рациональными коэффициентами. Причём $f(3)=6$. Известно, что эта функция при любых вещественных значениях $x \in (-\infty; +\infty)$ и $y \in (-\infty; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f(x+f(y)) = f(x-f(y)) + 4xf(y).$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-16)$ Б) $f(-18)$ В) $f(-14)$

1) 253

2) 193

3) 321

Ответ: _____.

12. Известно, что $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. Найдите сумму $\sum_{i=1}^{31} i^2$.

Ответ: _____.

13. Решите в вещественных числах неравенство (здесь $\sqrt[4]{\alpha}$ – арифметический корень четвёртой степени из α):

$$\sqrt[4]{x-1} + \sqrt[4]{x+1} \leq \sqrt[4]{x+3}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $x \in \emptyset$ 2) $x \in \left[1, \frac{4\sqrt{27+12\sqrt{6}}-15}{15} \right]$

3) $x \in (-\infty; +\infty)$ 4) $x \in \left[\frac{4\sqrt{27+12\sqrt{6}}-15}{15}, +\infty \right)$

Ответ: _____.

14. Найдите все натуральные двузначные числа, квадрат которых равен кубу суммы их цифр. В ответе запишите сумму найденных чисел.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В треугольнике ABC проведены биссектрисы BB_1 и CC_1 . Описанные окружности треугольников ABB_1 и ACC_1 пересекаются в точке, лежащей на стороне BC . Найдите градусную меру угла BAC .

Ответ: _____.

16. Известно, что в треугольнике ABC медиана, биссектриса и высота, проведенные из вершины C , делят угол ACB на четыре равные части. Найдите градусную меру меньшего угла этого треугольника.

Ответ: _____.

17. Внутри параллелограмма $ABCD$ отмечена точка K . Точка M – середина BC , точка P – середина KM . Известно, что $\angle APB = \angle CPD = 90^\circ$. Найдите значение выражения $\frac{AK}{DK}$.

Ответ: _____.

18. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 169, основание равно 130. Вписанная в этот треугольник окружность касается его сторон в точках M , N и K . Найдите площадь треугольника MNK .

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой.
- 2) Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 3) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Кубическое уравнение $3x^3 - 38x^2 + cx - 192 = 0$ имеет ровно три различных вещественных корня, образующих геометрическую прогрессию. Найдите c .

21. На клетчатой доске $n \times n$ отметили несколько клеток таким образом, что левый нижний (L) и правый верхний (R) углы доски не отмечены, и любой путь коня из L в R обязательно содержит отмеченную клетку. При каком наибольшем трёхзначном значении n можно заведомо утверждать, что найдутся три клетки, идущие подряд по диагонали, среди которых отмечено хотя бы две?

22. Найдите все вещественные значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 1|$$

имеет хотя бы один вещественный корень.

Модуль «Геометрия»

23. Площадь треугольника равна $6\sqrt{6}$, периметр его равен 18, расстояние от центра вписанной окружности до одной из вершин равно $\frac{2\sqrt{42}}{3}$. Найдите наименьшую сторону треугольника.

24. На сторонах треугольника ABC внешним образом построены квадраты с центрами P , Q и R . На сторонах треугольника PQR внутренним образом построены квадраты. Докажите, что их центры являются серединами сторон треугольника ABC .

25. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием BC , вписанный в окружность ω с центром в точке O . Точка T – середина дуги BC окружности ω , не содержащей точку A . На продолжении стороны BC за точку C отмечена точка P . Через точку P проведены прямые l_1 и l_2 параллельно AC и AB соответственно. Прямые AB и l_1 пересекаются в точке X . Прямые AC и l_2 пересекаются в точке Y . Отрезки XY и PT пересекаются в точке Z . Найдите градусную меру угла YZP .

