

## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №325

## Уровень 2

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

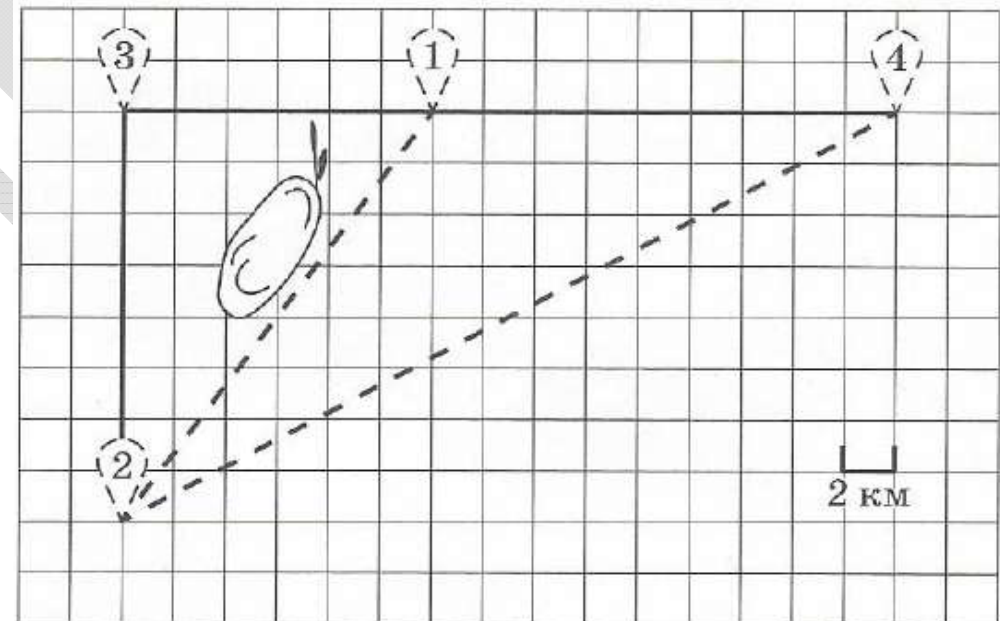
**Желаем успеха!**

## Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

## Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане (см. рис. выше) изображено взаимное расположение населённых пунктов. Длина стороны клетки на плане соответствует 2 км.

Серёжа летом отдыхает с папой в деревне Пирожки. В среду они собираются съездить на машине в село Княжеское. Из деревни Пирожки в село Княжеское можно проехать по прямой грунтовой дороге. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Васильево до деревни Рябиновка, где нужно повернуть под прямым

углом налево на другое шоссе, ведущее в село Княжеское. Есть и третий маршрут: в деревне Васильево можно свернуть на прямую грунтовую дорогу в село Княжеское, которая идёт мимо пруда.

Шоссе и грунтовые дороги образуют прямоугольные треугольники.

По шоссе Серёжа с папой едут со скоростью 60 км/ч, а по грунтовой дороге – со скоростью 40 км/ч.

**1.** Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Населённые пункты	д. Пирожки	с. Княжеское	д. Рябиновка
Цифры			

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Сколько километров проедут Серёжа с папой от деревни Пирожки до села Княжеское, если он поедет по шоссе через деревню Рябиновку?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Найдите расстояние (в км) от деревни Васильево до села Княжеское по прямой.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Сколько минут затратят на дорогу из деревни Пирожки в село Княжеское Серёжа с папой, если они поедут по прямой грунтовой дороге?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** В таблице (см. ниже) указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Пирожки, селе Княжеском, деревне Васильево и деревне Рябиновке.

Серёжа с папой хотят купить 2 л молока, 3 батона хлеба и 1 кг сыра «Российский». В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответе запишите стоимость данного набора продуктов в этом магазине.

Наименование продукта	д. Пирожки	с. Княжеское	д. Васильево	д. Рябиновка
Молоко (1 л)	48	45	50	52
Хлеб (1 батон)	34	32	33	28
Сыр «Российский» (1 кг)	240	280	270	260
Говядина (1 кг)	370	400	380	420
Картофель (1 кг)	22	16	28	30

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Найдите значение выражения  $\frac{971^2 - 314^2}{1285}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Пусть  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – действительные положительные числа. Причём  $a + b + c = ab + ac + bc$ . Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{a^3}{\sqrt{2(b^4+1)}} + \frac{b^3}{\sqrt{2(c^4+1)}} + \frac{c^3}{\sqrt{2(a^4+1)}}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 2

2)  $\frac{3}{2}$

3) 1

4)  $\frac{1}{2}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Найдите значение выражения  $\left(\frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x+a}+\sqrt{x-a}} + \frac{x-a}{\sqrt{x^2-a^2}-x+a}\right) : \sqrt{\frac{x^2}{a^2}-1}$  при

$$x = \pi\sqrt{3} \text{ и } a = \sqrt{3+\sqrt{7}}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$\frac{x^2}{2-x^2} + \frac{x}{2-x} = 2.$$

В ответе запишите значение выражения  $-5x_1 + 4x_2 - 5x_3$ , где  $x_i$  — корни этого уравнения, причём  $x_i < x_{i+1}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Дана незамкнутая самопересекающаяся ломаная из 37 звеньев. Через каждое звено провели прямую. Какое наименьшее число различных прямых могло получиться?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На множестве действительных чисел  $x \neq -1 \pm \sqrt{2}$  задана функция  $f(x)$ . Также известно, что эта функция при любых действительных значениях  $x \neq -1$  удовлетворяет уравнению:

$$f\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right) = \frac{x}{x+1}.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции  $f(x)$  и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А)  $f(19)$

Б)  $f(-4)$

В)  $f(-6)$

1)  $\frac{35}{23}$

2)  $\frac{15}{7}$

3)  $\frac{180}{199}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Энергия заряженного конденсатора  $W$  (в Дж) вычисляется по формуле  $W = \frac{q^2}{2C}$ , где  $C$  — ёмкость конденсатора (в Ф), а  $q$  — заряд на одной обкладке конденсатора (в Кл). Найдите  $W$  (в Дж), если  $C = 5 \cdot 10^{-4}$  Ф и  $q = 0,1$  Кл.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13.** Решите в действительных числах неравенство ( $\sqrt[5]{-32} = -2$ ):

$$\sqrt[5]{\frac{x-31}{x}} + \sqrt{x+1} \leq 2.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1)  $(-\infty; -1] \cup (0; 31]$

2)  $(-\infty; +\infty)$

3)  $\{-1; 31\}$

4)  $[-1; 0) \cup [31; +\infty)$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.** Тренер посоветовал Андрею в первый день занятий провести на беговой дорожке 15 минут, а на каждом следующем занятии увеличивать время, проведённое на беговой дорожке, на 7 минут. За сколько занятий Андрей проведёт на беговой дорожке в общей сложности 2 часа 25 минут, если будет следовать советам тренера?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Модуль «Геометрия»**

**15.** Остроугольный равнобедренный треугольник и трапеция вписаны в окружность. Одно основание трапеции является диаметром окружности, а боковые стороны параллельны боковым сторонам треугольника. Найдите отношение площади трапеции к площади треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**16.** В равнобедренном треугольнике  $ABC$  известно, что  $\angle B = \arctg \frac{8}{15}$ . Окружность радиуса  $4\sqrt{17}$ , вписанная в угол  $C$ , касается стороны  $BC$  в точке  $M$  и отсекает от основания  $AB$  отрезок  $KE$ . Известно, что  $BM = \frac{15\sqrt{17}}{2}$ . Найдите площадь треугольника  $KBM$ , если известно, что точки  $A, K, E, B$  следуют на основании  $AB$  в указанном порядке.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**17.** Биссектриса угла параллелограмма делит сторону параллелограмма на отрезки, равные 2 и 10. Найдите периметр параллелограмма. В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**18.** В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Найдите  $AC$ , если  $A_1C = 8$ ,  $B_1C = 5$ ,  $BB_1 = 12$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**19.** Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
- 2) Смежные углы равны.
- 3) Все диаметры окружности равны между собой.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

## Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{xyz}{x+y} = 3 \\ \frac{xyz}{y+z} = 5 \\ \frac{xyz}{z+x} = 6 \end{cases}$$

21. В одном из заданий на конкурсе бухгалтеров требуется выдать премии сотрудникам некоторого отдела на общую сумму 600 000 рублей (размер премии каждого сотрудника – целое число, кратное 1000). Бухгалтеру дают распределение премий, и он должен их выдать без сдачи и размена, имея 100 купюр по 1000 рублей и 100 купюр по 5000 рублей.

При каком наибольшем количестве сотрудников в отделе задание удастся выполнить при любом распределении размеров пенсий?

22. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$2|x-9a| - 2a^2 + 35 + x = 0$$

не имеет решений.

## Модуль «Геометрия»

23. Дан треугольник  $ABC$  с внутренними углами, равными  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , который вписан в окружность радиуса  $R$  с центром в точке  $O$ . Пусть  $H$  – точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите значение выражения  $\frac{R^2 - OH^2}{R^2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}$ .

24. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ ;  $O$  – центр описанной окружности,  $H$  – ортоцентр,  $I$  – центр вписанной окружности, а  $J$  – центр внеписанной окружности, касающейся стороны  $BC$ . Докажите, что  $IO = IH$  и  $JO = JH$ .

25. Окружность радиуса  $r$  касается сторон многоугольника в точках  $A_1, \dots, A_n$ , причем длина стороны, на которой лежит точка  $A_i$ , равна  $a_i$ . Точка  $X$  удалена от центра окружности на расстояние  $d$ . Найдите значение выражения  $\frac{a_1 \cdot XA_1^2 + a_2 \cdot XA_2^2 + \dots + a_n \cdot XA_n^2}{P(r^2 + d^2)}$ , где  $P$  – периметр многоугольника.