

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №324

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Номер печи	Тип	Объём помещения (м ³)	Масса (кг)	Стоимость (тыс. руб.)
1	дровяная	8-12	40	18
2	дровяная	10-16	48	19,5
3	электрическая	9-15,5	15	15



рис. 1



рис. 2

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице (см. выше) представлены характеристики трёх печей.

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 5 700 руб.

1. Установите соответствие между массами и номерами печей. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Масса печи (кг)	15	40	48
Номер печи			

Ответ: _____.

2. Найдите суммарную площадь стен парного отделения строящейся бани (без площади двери). Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

3. На сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?

Ответ: _____.

4. В прошлом году печи, указанные в таблице, стоили дороже. На них были сделаны скидки: на печь № 1 скидка составила 10%, на печь № 2 – 35%, на печь № 3 – 25%. Сколько тысяч рублей стоила печь № 1 в прошлом году?

Ответ: _____.

5. Хозяин выбрал дровяную печь (см. рис. 1 выше). Чертёж передней панели печи показан на рисунке 2 (см. выше). Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (см. рис. 2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{1,6} \cdot \sqrt{0,6}}{\sqrt{0,24}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a , b , c – действительные положительные числа. Причём $a^2 + b^2 + c^2 + (a+b+c)^2 \leq 4$. Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{ab+1}{(a+b)^2} + \frac{bc+1}{(b+c)^2} + \frac{ca+1}{(c+a)^2}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\frac{7}{2}$

2) 3

3) $\frac{5}{2}$

4) 2

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{\left(a^2 - \frac{1}{b^2}\right)^{\frac{a}{a+b}} \left(b + \frac{1}{a}\right)^{\frac{b-a}{a+b}}}{\left(b^2 - \frac{1}{a^2}\right)^{\frac{b}{a+b}} \left(a - \frac{1}{b}\right)^{\frac{a-b}{a+b}}}$ при $a = 3$ и $b = 2$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ x + y + xy = 23 \end{cases}$$

В ответе запишите значение выражения $2x_1 + y_1 + 3x_2 - y_2$, где $(x_i; y_i)$ – решение этой системы, причём $x_i \leq x_{i+1}$ и $y_i < y_{i+1}$, если $x_i = x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Семиугольник разбит на выпуклые пяти- и шестиугольники, причём так, что каждая его вершина является вершиной по крайней мере двух многоугольников разбиения. Найдите наименьшее возможное число пятиугольников разбиения.

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел задана функция $f(x)$. Причём $f(16) = 8$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях удовлетворяет уравнению:

$$(f(x))^2 - (f(-x))^2 = 4x.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(3)$

Б) $f(-7)$

В) $f(4)$

1) $\frac{9}{7}$

2) $\frac{19}{4}$

3) 5

Ответ: _____.

12. Потенциальная энергия тела (в джоулях) в поле тяготения Земли вблизи её поверхности вычисляется по формуле $E = mgh$, где m — масса тела (в килограммах), g — ускорение свободного падения (в м/с^2), а h — высота (в метрах), на которой находится это тело относительно поверхности. Пользуясь этой формулой, найдите m (в килограммах), если $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, $h = 2 \text{ м}$, а $E = 98 \text{ Дж}$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$\sqrt{5-x} < \frac{\sqrt{x^3 - 7x^2 + 14x - 5}}{\sqrt{x-1}}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $[1; 2) \cup (4; 5]$

2) $(2; 4)$

3) $(1; 2) \cup (4; 5]$

4) $(1; 2) \cup (4; +\infty)$

Ответ: _____.

14. Каждый день больной заражает четырёх человек, каждый из которых, начиная со следующего дня, каждый день также заражает новых четырех и так далее. Болезнь длится 14 дней. В первый день месяца в город N приехал заболевший гражданин К, и в это же день он заразил четырех человек. В какой день станет 3125 заболевших?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Два угла треугольника равны 40° и 80° . Найдите градусную меру наибольшего угла треугольника с вершинами в точках касания вписанной окружности со сторонами данного треугольника.

Ответ: _____.

16. Окружность радиуса $2\sqrt{2}$ касается окружности радиуса $4\sqrt{2}$ в точке B . Прямая, проходящая через точку B , пересекает окружность меньшего радиуса в точке A , а большего радиуса – в точке C . Найдите BC , если $AC = 6$. В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

17. Из произвольной точки основания равнобедренного треугольника с боковой стороной, равной 2, проведены прямые, параллельные боковым сторонам. Найдите периметр получившегося четырёхугольника.

Ответ: _____.

18. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Найдите AC , если $AA_1 = 4$, $BB_1 = 5$, $BC = 6$.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 2) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.
- 3) Основания любой трапеции параллельны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение:

$$13\lfloor x \rfloor + 25\{x\} = 271.$$

21. Три числа назовём «отличной тройкой», если они могут быть длинами прямоугольного треугольника. Даны девять различных действительных чисел. Какое наибольшее количество отличных троек могло оказаться среди них?

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x - \frac{a}{2} = 4|4|x| - a^2|$$

имеет ровно три корня.

Модуль «Геометрия»

23. Пусть A , B , C и D — произвольные точки плоскости. Найдите значение выражения $\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{BC} \cdot \overline{AD} + \overline{CA} \cdot \overline{BD}$.

24. Докажите, что если внутренний угол A треугольника ABC равен 120° , то центр описанной окружности и ортоцентр симметричны относительно биссектрисы внешнего угла A .

25. Два 466-угольника вписаны в одну окружность, причем наборы длин их сторон одинаковы, но не обязательно равны соответственные стороны. Найдите отношение площадей этих 466-угольников.