

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №318

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

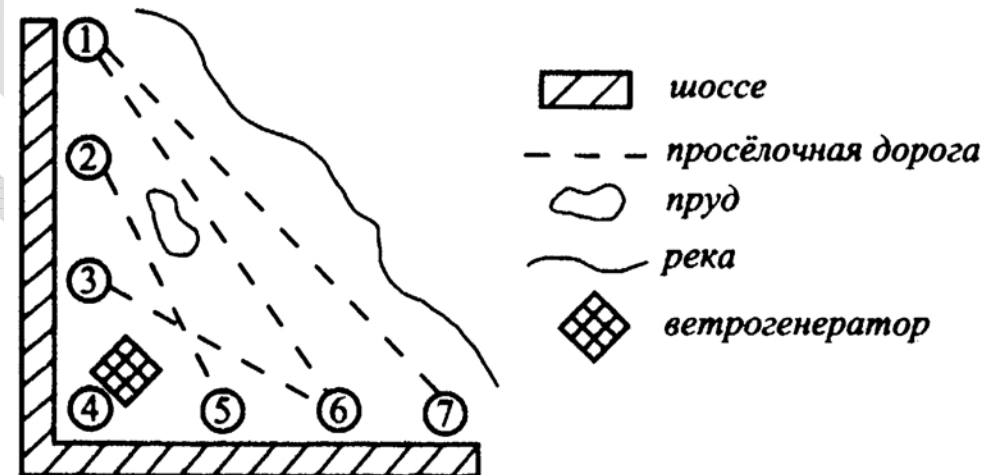
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке (см. выше) изображён план сельской местности.

Группа студентов мелиоративного колледжа выбрала местом стажировки северо-восточную часть Пихтинского района, где ведётся строительство водоотводных дренажных систем. Приехав в деревню Дубки (на плане обозначена цифрой 1), они остановились в кемпинге «Прибой». Ребята стали устанавливать палатки, а их руководитель Степан Петрович поехал на автомобиле к главному гидротехнику района в посёлок Водопадный.

Из Дубков в Водопадный можно проехать по просёлочной дороге вдоль реки.

Есть и другой путь по шоссе до деревни Ветрово, где нужно повернуть под прямым

углом налево на другое шоссе, ведущее в Водопадный.

Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Градовка, где можно свернуть на шоссе, ведущее в Водопадный.

Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Дроздовка, от деревни Дроздовка до деревни Градовка по просёлочной дороге мимо ветрогенератора и от деревни Градовка до посёлка Водопадный по шоссе.

Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Ёлкино, затем по просёлочной дороге мимо пруда от Ёлкино до Янтарного и по шоссе от Янтарного до Водопадного.

Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.

По шоссе автомобиль Степана Петровича движется со скоростью 50 км/ч, а по просёлочным дорогам – со скоростью 30 км/ч.

Расстояние от Дубков до Дроздовки равно 16,5 км, от Дроздовки до Ёлкино – 7,5 км, от Ёлкино до Ветрово – 15 км, от Ветрово до деревни Градовка – 18 км, от Ветрово до Янтарного – 8 км, от Янтарного до Водопадного – 24 км.

1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Населённые пункты	пос. Водопадный	д. Градовка	пос. Янтарный	д. Ёлкино
Номер				

Ответ: _____.

2. Найдите расстояние (в км) от деревни Дубки до деревни Ветрово.

Ответ: _____.

3. Найдите расстояние (в км) от Ёлкино до Янтарного по прямой.

Ответ: _____.

4. Сколько минут затратит Степан Петрович на дорогу от д. Дубки до пос. Водопадный, если сначала поедет по шоссе до д. Дроздовка, затем по просёлочной дороге от д. Дроздовка до д. Градовка мимо ветрогенератора, а потом по шоссе до пос. Водопадный?

Ответ: _____.

5. На просёлочных дорогах автомобиль Степана Петровича расходует 7 л бензина на 100 км. Известно, что на путь из д. Дубки в пос. Водопадный через д. Ветрово и путь напрямик ему необходим один и тот же объём бензина. Сколько литров бензина на 100 км пути автомобиль Степана Петровича расходует на шоссе?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\left((1,44)^{\frac{3}{2}} : \left(-\frac{5}{6}\right)^{-2} - \left(1\frac{61}{64}\right)^{\frac{1}{3}} \right) \cdot (-12)^3$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные числа. Причём $a + b + c = 1$. Найдите наибольшее значение выражения:

$$\frac{a}{1+a^2} + \frac{b}{1+b^2} + \frac{c}{1+c^2}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\frac{4}{5}$

2) $\frac{9}{10}$

3) 1

4) $\frac{3}{2}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $13 \left(\frac{1-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}} - \frac{2}{a^{\frac{3}{2}}} + \frac{a^{-2}-a}{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}} \right)$ при $a = 25$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x-1)(x+4)} = 1.$$

В ответе запишите значение выражения $-2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Имеется 32 батарейки. Известно, что хороших среди них столько же, сколько и плохих, но какие именно батарейки хорошие, а какие плохие, неизвестно. В фонарик вставляются две батарейки, при этом он светит, только если обе – хорошие. За какое наименьшее число таких попыток можно гарантированно добиться, чтобы фонарик светил?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел задана функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях x и y удовлетворяет уравнению:

$$f(x + f(y)) = x + y + 1.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-19)$

Б) $f(4)$

В) $f(-7)$

1) $-6,5$

2) $-18,5$

3) $4,5$

Ответ: _____.

12. Радиус окружности, описанной около треугольника, можно вычислить по формуле $R = \frac{a}{2 \sin \alpha}$, где a — длина стороны, а α — противолежащий ей угол треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите R , если $a = 8$ и $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$x^2 + 2x \leq 1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1+x}}} + 2\sqrt{1 + \sqrt{1+x}}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

- 1) \emptyset
- 2) $\left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty \right)$
- 3) $(-\infty; +\infty)$
- 4) $\left[-1; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right]$

Ответ: _____.

14. Три конькобежца, скорости которых в некотором порядке образуют геометрическую прогрессию, одновременно стартуют (из одного места) по кругу. Через некоторое время второй конькобежец обгоняет первого, пробежав на 400 метров больше его. Третий конькобежец пробегает то расстояние, который пробежал первый к моменту обгона его вторым, за время на $\frac{2}{3}$ мин больше, чем первый. Найдите скорость первого конькобежца в м/мин.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Пусть AB – диаметр окружности, C – некоторая точка плоскости. Прямые AC и BC пересекают окружность в точках M и N соответственно. Прямые BM и AN пересекаются в точке K . Найдите градусную меру угла между прямыми CK и AB .

Ответ: _____.

16. Площадь ромба $ABCD$ равна 2. В треугольник ABD вписана окружность, которая касается стороны AB в точке K . Через точку K проведена прямая KL , параллельная диагонали AC ромба (точка L лежит на стороне BC). Найдите угол BAD (в радианах), если известно, что площадь треугольника KLB равна $\sin^2 \frac{2}{5}$.

Ответ: _____.

17. В треугольник ABC вписан ромб $ADEF$ так, что угол A у них общий, а вершина E находится на стороне BC . Найдите сторону ромба, если $AB = 8$ и $AC = 17$.

Ответ: _____.

18. В трапеции $ABCD$ середину M одной боковой стороны AB соединили с концами другой боковой стороны CD . Найдите отношение площади трапеции $ABCD$ к площади треугольника CMD .

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) При пересечении двух параллельных прямых третьей прямой сумма накрест лежащих углов равна 180° .
- 2) Диагонали ромба перпендикулярны.
- 3) Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения его биссектрис.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} 4x^3 + 3x^2y + y^3 = 8 \\ 2x^3 - 2x^2y + xy^2 = 1 \end{cases}$$

21. На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 363. В каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры. Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.

22. Найдите все значения параметра a , при каждой из которых уравнения $(2a-1)x^2 + 6ax + 1 = 0$ и $ax^2 - x + 1 = 0$ имеют общий действительный корень.

Модуль «Геометрия»

23. Дан произвольный треугольник с внутренними углами α , β , γ . Найдите значение выражения $\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma - \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma)$.

24. Даны окружность ω и прямая l , не имеющие общих точек. Из точки P , движущейся по прямой l , проводятся касательные PA и PB к окружности ω . Докажите, что все хорды AB имеют общую точку.

25. Противоположные стороны выпуклого шестиугольника $ABCDEF$ попарно параллельны. Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника ACE , если известно, что площадь шестиугольника $ABCDEF$ равна 10.