

## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 296

Уровень 2

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

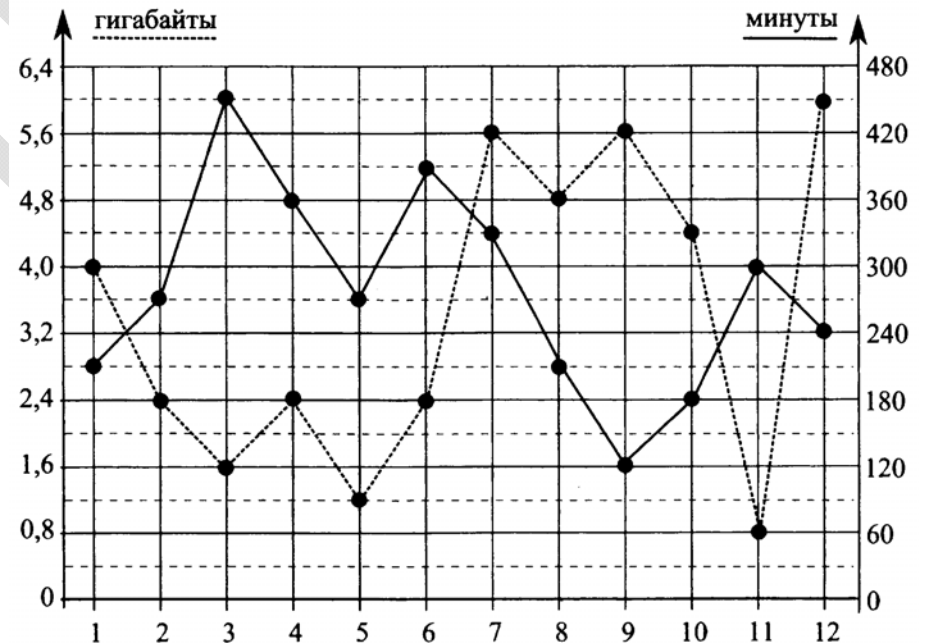
**Желаем успеха!**

## Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

## Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На диаграмме (см. выше) точками показано количество минут исходящих вызовов и трафик мобильного Интернета в гигабайтах, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2019 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.

В течение года абонент пользовался тарифом «Слово», абонентская плата по которому составляла 250 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Слово» входит:

пакет минут, включающий 300 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;

пакет интернета, включающий 4,4 гигабайта мобильного интернета;

пакет SMS, включающий 200 SMS в месяц;

безлимитные бесплатные входящие вызовы.

Стоимость минут, Интернета и SMS сверх пакета тарифа указана в таблице (см. ниже).

Неиспользованные минуты и интернет не переходят на следующий месяц.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге. За весь год абонент отправил 36 SMS.

Исходящие вызовы	3 руб./мин
Мобильный Интернет (пакет)	90 руб. за 0,8 ГБ
SMS	1 руб./шт.

1. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику израсходованных минут исходящих вызовов и гигабайтов интернет-трафика от месяца к месяцу. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других символов между ними.

Периоды	Характеристики
А) январь – февраль	1) Расход минут уменьшался, а расход гигабайтов увеличивался
Б) май – июнь	2) Расход минут увеличивался и расход гигабайтов увеличивался
В) июль – август	3) Расход минут уменьшался и расход гигабайтов уменьшался
Г) ноябрь – декабрь	4) Расход минут увеличивался, а расход гигабайтов уменьшался

Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Какой наименьший трафик (в Гб) мобильного Интернета в месяц был у абонента за 2019 год?

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. На сколько процентов уменьшилось количество минут исходящих вызовов в апреле по сравнению с мартом?

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Сколько рублей абонент заплатил за услуги связи в марте?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Помимо мобильного Интернета абонент хочет подключить домашний Интернет от провайдера «Счастье на связи». Этот провайдер предлагает три тарифных плана, условия которых приведены в таблице (см. ниже).

Абонент предполагает, что трафик составит 40 Гб в месяц и, исходя из этого, выбирает самый дешёвый тарифный план. Сколько рублей нужно будет заплатить за домашний Интернет за месяц, если трафик действительно составит 40 Гб?

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
«Простой»	–	28 руб. за каждый 1 Гб
«25»	308 руб. за 25 Гб трафика в месяц	32 руб. за каждый 1 Гб сверх 25 Гб
«40»	800 руб. за 40 Гб трафика в месяц	24 руб. за каждый 1 Гб сверх 40 Гб

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $(\sqrt[3]{7-5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7+\sqrt{50}}) \cdot 9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Пусть  $a, b, c$  – действительные неотрицательные числа. Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{a+3c}{a+2b+c} + \frac{4b}{a+b+2c} - \frac{8c}{a+b+3c}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1)  $12\sqrt{2}-17$

2) 0

3)  $-\frac{1}{3}$

4)  $-\frac{1}{2}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Найдите значение выражения  $\sqrt[n]{y^{\frac{2n}{m-n}}} : \sqrt[m]{y^{\frac{(m-n)^2+4mn}{m^2-n^2}}}$  при  $m=3$ ,  $n=7$  и  $y=216$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$\frac{x^2+1}{x+1} + \frac{x^2+2}{x-2} + 2 = 0.$$

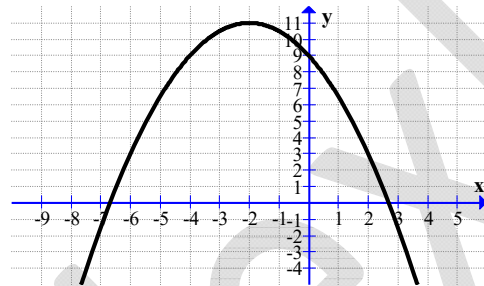
В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Найдите значение выражения  $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots + (-1)^n C_n^n$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображён график функции вида  $y = f(x) = \frac{x^2}{a} + bx + c$ , где  $a, b, c$  — целые числа. Установите соответствие между выражениями для значений функции и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других символов между ними.



А)  $f(7)$

Б)  $f(13)$

В)  $f(-16)$

1) -87

2)  $-\frac{59}{2}$

3)  $-\frac{203}{2}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Длина медианы  $m_c$ , проведённой к стороне  $c$  треугольника со сторонами  $a, b$  и  $c$ , вычисляется по формуле  $m_c = \frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}$ . Треугольник имеет стороны 5, 9 и  $c$ .

10. Найдите длину медианы, проведённой к стороне длины 9.

Ответ: \_\_\_\_\_.

13. Решите в действительных числах систему неравенств:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 4x + 5} + \sqrt{3x^2 - 12x + 13} > 4x - x^2 - 2 \\ \frac{1}{\sqrt{|x+1|-2}} \geq \frac{1}{9+x} \end{cases}$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) нет решений

2)  $(-\infty; -9) \cup [-7; -3) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$

3)  $[-7; -3) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$

4)  $(-\infty; -9) \cup [-7; -3) \cup (1; +\infty)$

Ответ: \_\_\_\_\_.

14. Бригада маляров красит забор длиной 810 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 180 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Модуль «Геометрия»**

15. Из одной точки проведены к данной прямой перпендикуляр и две наклонные. Найдите длину перпендикуляра, если наклонные равны 41 и 50, а их проекции на данную прямую относятся как 3:10.

Ответ: \_\_\_\_\_.

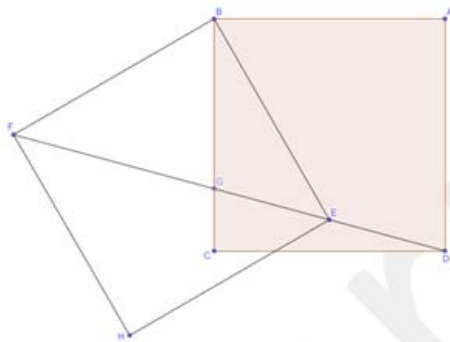
**16.** Из точки  $A$  проведены две прямые, касающиеся окружности радиуса  $\sqrt[4]{3}$  в точках  $C$  и  $B$ , причём треугольник  $ABC$  — равносторонний. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**17.** Сумма двух противоположных сторон описанного четырёхугольника равна 10, а его площадь равна 12. Найдите радиус окружности, вписанной в этот четырёхугольник.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**18.** Даны квадраты  $ABCD$  и  $BEHF$  с равными сторонами, причём точка  $E$  лежит на отрезке  $DF$  (см. рис.). Отрезки  $BC$  и  $FE$  пересекаются в точке  $G$ . Найдите градусную меру угла  $FGC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**19.** Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

- 1) Если один из углов равнобедренного треугольника равен  $32^\circ$ , то и один из оставшихся углов тоже равен  $32^\circ$ .
- 2) Если медиана треугольника является его биссектрисой, то этот треугольник — равнобедренный.
- 3) Если прямая, параллельная одной из сторон данного треугольника, пересекает две его другие стороны, то три угла образовавшегося треугольника соответственно равны трём углам данного треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.**

### Модуль «Алгебра»

**20.** Решите в действительных числах уравнение:

$$1 + \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{|x|} - (x^2 + x)(1 + \sqrt{x^2 + 2x + 3}) = 0.$$

**21.** Дана бесконечная арифметическая прогрессия, первый член которой равен 2010, а разность равна 7. Каждый член прогрессии заменили суммой его цифр. С полученной последовательности поступили также и действовали так до тех пор, пока не получилась последовательность однозначных чисел. Чему может равняться наименьшая сумма 1010 чисел получившейся последовательности, идущих подряд?

**22.** Постройте множество точек плоскости  $\Omega$ , заданное уравнением  $y^2 = x^2$ . Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением  $y = (a+3)x^2 + 2ax + a - 3$ , имеет с множеством точек плоскости  $\Omega$  ровно четыре общие точки.

### Модуль «Геометрия»

**23.** В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ ;  $B_2$  и  $C_2$  — середины высот  $BB_1$  и  $CC_1$  соответственно. Найдите значение выражения  $\frac{A_1B_2 \cdot AC}{A_1C_2 \cdot AB}$ .

**24.** Все стороны выпуклого пятиугольника равны, а все его углы различны. Докажите, что максимальный и минимальный углы прилегают к одной и той же стороне пятиугольника.

**25.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BB_1$  и  $CC_1$ . На сторонах  $AB$  и  $AC$  взяты точки  $K$  и  $L$  так, что  $AK = BC_1$  и  $AL = CB_1$ . Точка  $O$  — центр описанной окружности треугольника  $ABC$ . Прямая  $AO$  пересекает отрезок  $KL$  в точке  $M$ . Найдите длину отрезка  $KL$ , если известно, что  $LM = 7$ .