

Часть 1

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 291

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

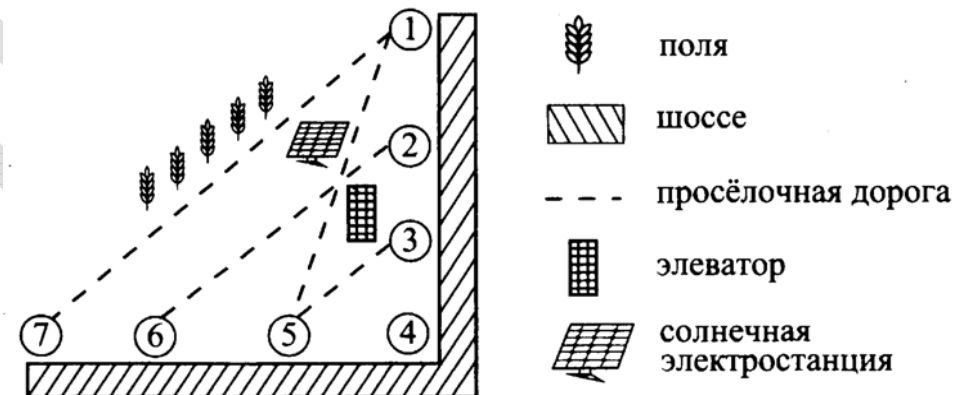
Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Лёня на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Архиповка (на рис. обозначена цифрой 1). В конце каникул дедушка на машине собирается отвезти Лёню на автобусную станцию, которая находится в деревне Карповка. Из Архиповки в Карповку можно проехать по просёлочной дороге мимо полей. Есть другой путь – по шоссе до посёлка Кирпичный, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в Карповку. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо элеватора и солнечной электростанции до деревни Петушки, где поворачивает на шоссе до Карповки. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Орловка, далее по просёлочной дороге от Орловки до деревни Ягодная мимо солнечной электростанции, затем проходит от Ягодной до Карповки по шоссе. Ещё один маршрут

проходит по шоссе до деревни Сизовка, по просёлочной дороге от Сизовки до Петушков и по шоссе от Петушков до Карповки, мимо Ягодной. Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.

По шоссе Лёня с дедушкой едут со скоростью 50 км/ч, а по просёлочным дорогам – со скоростью 30 км/ч. Расстояние от Архиповки до Сизовки равно 8 км, от Сизовки до Орловки – 4 км, от Архиповки до Кирпичного – 12 км, от Кирпичного до Петушков – 3 км, от Кирпичного до Карповки – 5 км, а от Карповки до Ягодной – 1 км.

1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни и посёлок. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Населённые пункты	Кирпичный	Ягодная	Орловка	Петушки
Цифры				

Ответ: _____.

2. Найдите расстояние (в км) от деревни Архиповка до деревни Карповка по прямой.

Ответ: _____.

3. Сколько минут затратят на дорогу Лёня с дедушкой из деревни Архиповка в деревню Карповка, если поедут через деревни Сизовку и Петушки мимо элеватора.

Ответ: _____.

4. За какое наименьшее количество минут Лёня с дедушкой могут добраться из деревни Сизовка в деревню Петушки?

Ответ: _____.

5. На просёлочных дорогах машина дедушки расходует 8,5 л бензина на 100 км. Известно, что на путь из деревни Архиповка в деревню Карповка через посёлок Кирпичный и путь напрямик ей необходим один и тот же объём бензина. Сколько литров бензина на 100 км машина дедушки расходует на шоссе?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $(\sqrt{28} - \sqrt{12})\sqrt{10 + \sqrt{84}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные неотрицательные числа. Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2} - \frac{4}{ab+bc+ca}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 0

2) $\frac{1}{4}$

3) $\frac{1}{2}$

4) 1

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $a \cdot \frac{1 + \frac{2}{\sqrt{a+4}}}{2 - \sqrt{a+4}} + \sqrt{a+4} + \frac{4}{\sqrt{a+4}}$ при $a = \frac{47}{53}$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{(x-1)^3 - x + 2} - \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{(x-1)^3 - x + 1} = 0.$$

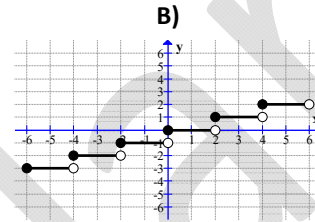
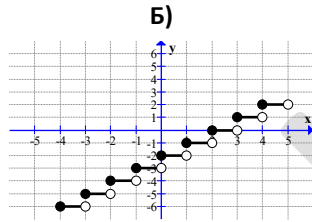
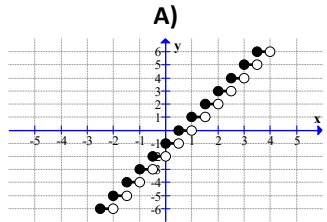
В ответе запишите значение выражения $4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4$, где x_i – корни уравнения, причём $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$.

Ответ: _____.

10. Сколько рациональных слагаемых содержится в разложении $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{300}$?

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других символов между ними.



1) $y = \lfloor x - 2 \rfloor$

2) $y = \lfloor 2x - 1 \rfloor$

3) $y = \lfloor \frac{x}{2} \rfloor$

Ответ: _____.

12. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 423,5 Вт, а сила тока равна 5,5 А.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах систему неравенств

$$\begin{cases} |x^2 - 6x - 2| \geq |x^2 + 7x + 11| \\ \frac{(\sqrt{1+2x^2} - 1 - x^2)(|2x+3| - |3x+2|)}{(x^2 - 5x + 4)(\sqrt{x+5} + 1 - x)(x^{99} - 1)} \leq 0 \end{cases}$$

варианта ответа.

1) нет решений

2) $(-\infty; -1]$

3) $[-5; -1]$

4) $[-5; -1] \cup \{0\} \cup (1; 4) \cup (4; +\infty)$

Ответ: _____.

14. При свободном падении тело прошло в первую секунду 5 м, а в каждую следующую на 10 м больше. Найдите глубину шахты (в метрах), если свободно падающее тело достигло его дна через 5 с после начала падения.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Равные отрезки AB и CD пересекаются в точке O , причём $AO = OD$. Известно, что $AC = 14$. Найдите длину отрезка BD .

Ответ: _____.

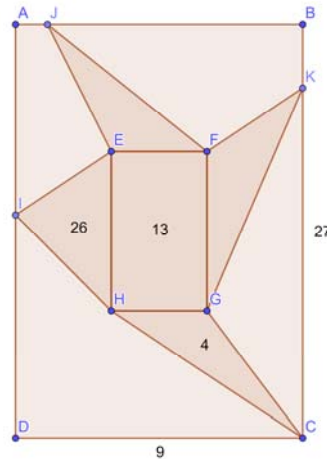
16. Из точки A , находящейся вне круга, ограниченного окружностью радиуса 6, проведены к этой окружности касательные AB и AC (B и C – точки касания), причём $\angle BAC = 2 \arctg \frac{1}{3}$. Найдите площадь треугольника ABC .

Ответ: _____.

17. Большее основание прямоугольной трапеции вдвое больше её меньшего основания, а боковые стороны равны 4 и 5. Найдите диагонали трапеции. В ответе запишите сумму квадратов полученных значений.

Ответ: _____.

18. Дан прямоугольник $ABCD$ с длинами сторон $BC = 27$ и $CD = 9$, внутри которого построен прямоугольник $EFGH$ площадью 13, причём EF параллельна AB и EF между HG и AB (см. рис). На отрезках AD , AB и BC лежат точки I , J и K соответственно. Известно, что площади треугольников CHG и AEH равны соответственно 4 и 26. Также известно, что ширина EF прямоугольника $EFGH$ равна целому числу. Найдите площади треугольников EFJ и FGK . В ответе запишите произведение найденных значений.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

- 1) Если угол между медианой AK и биссектрисой AM треугольника ABC равен 7° , то треугольник ABC не может быть равнобедренным.
- 2) Биссектрисы равных углов треугольников параллельны.
- 3) Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой соответственные углы не равны, то данные прямые не параллельны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение:

$$\frac{x(x^2 - 56)}{4 - 7x} - \frac{21x + 22}{x^3 + 2} - 4 = 0.$$

21. Имеются каменные глыбы: 50 штук по 800 кг, 60 штук по 1000 кг и 60 штук по 1500 кг (раскалывать глыбы нельзя). Какое наименьшее количество грузовиков, грузоподъёмностью 5 тонн каждый, понадобится, чтобы вывести все эти глыбы одновременно, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

22. Постройте множество точек плоскости Ω , заданное неравенством $((x-1)^2 + (y-4)^2)((x-6)^2 + (y-4)^2) \leq 0$. Найдите все значения a , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное неравенством $(x-a)^2 + (y-2a)^2 \leq 4a^2$, имеет с множеством точек плоскости Ω ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

23. На окружности отмечены 2012 точек, делящих её на равные дуги. Из них выбрали k точек и построили выпуклый k -угольник с вершинами в выбранных точках. При каком наибольшем k могло оказаться, что у этого многоугольника нет параллельных сторон?

24. Пусть a , b , c – длины сторон треугольника. Докажите, что $\frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{c+a-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3$.

25. Диаметр PQ и перпендикулярная ему хорда RS пересекаются в точке A . Точка C лежит на окружности, а точка B – внутри круга, ограниченного окружностью, причём $BC \parallel PQ$ и $BC = RA$. Из точек A и B опущены перпендикуляры AK и BL на прямую CQ . Найдите площадь треугольника ACK , если известно, что площадь треугольника BCL равна 16.