

## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 281

## Уровень 2

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

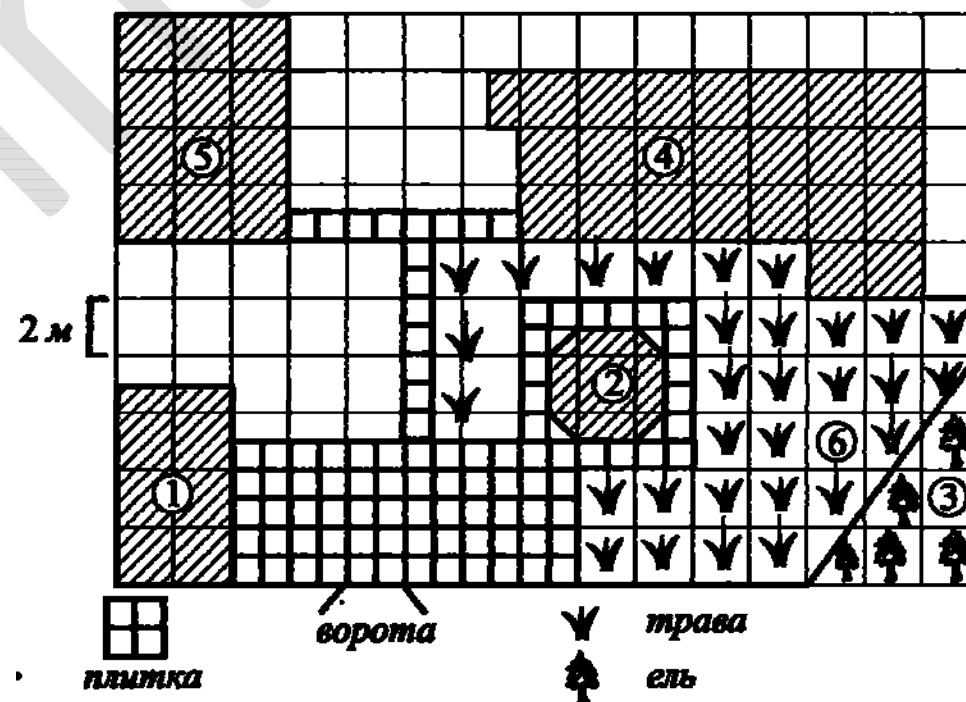
**Желаем успеха!**

## Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

## Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке (см. выше) изображён план участка. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет прямоугольную форму, въезд и выезд осуществляются через единственные ворота.

Слева от въезда на участок расположен сарай, а справа – бассейн, имеющий форму восьмиугольника. Вокруг бассейна высажена газонная трава (участок для травы отмечен цифрой 6). В правом от въезда углу выделен участок под ели.

От площадки при въезде, вымощенной тротуарной плиткой, ведёт одна тротуарная дорожка, которая упирается в дорожку между домом, имеющим площадь  $94 \text{ м}^2$ , и теплицей. Вокруг бассейна выложена тротуарная плитка, некоторые плитки получают разрезанием квадратной плитки по диагонали. Все дорожки имеют ширину 1 м и вымощены плиткой размером  $1 \text{ м} \times 1 \text{ м}$ .

Очистка воды в бассейне будет производиться с помощью специальной системы.

**1.** Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других символов между ними.

| Объекты | Сарай | Жилой дом | Бассейн | Участок под ели |
|---------|-------|-----------|---------|-----------------|
| Цифры   |       |           |         |                 |

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 6 штук. Какое наименьшее число упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить ими все дорожки и площадки, отмеченные на плане?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Найдите площадь участка (в  $\text{м}^2$ ), выделенного под газонную траву.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Найдите длину (в метрах) наибольшей стороны участка, выделенного под ели.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** У хозяина есть выбор для системы очистки воды: «Дельфин» или «Кит». Стоимость системы каждого типа, стоимость монтажных работ и необходимых материалов для этого, а также средняя стоимость эксплуатации каждой из систем приведены в таблице (см. ниже).

За сколько часов работы будет компенсирована разность между стоимостью системы «Дельфин» и стоимостью системы «Кит» (с монтажом и материалами), если хозяин выберет систему «Кит»?

| Фирма                                   | «Кит» | «Дельфин» |
|---|-------|-----------|
| Стоимость системы (тыс. руб.)           | 12    | 10        |
| Стоимость монтажа и материалов (руб.)   | 4 000 | 3 000     |
| Средняя стоимость эксплуатации (руб./ч) | 44    | 50        |

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Найдите значение выражения  $\frac{\left(5\frac{1}{4}-0,5\right) \cdot \left(\left(5\frac{4}{45}-4\frac{1}{6}\right) : 5\frac{8}{15}\right)}{\left(\left(4\frac{2}{3}+0,75\right) \cdot 3\frac{9}{13}\right) : 44\frac{4}{19}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Пусть  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – действительные неотрицательные числа, не превосходящие 1. Найдите наибольшее значение выражения:

$$\frac{a}{b+c+1} + \frac{b}{c+a+1} + \frac{c}{a+b+1} + (1-a)(1-b)(1-c).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1)  $\frac{3}{2}$

2)  $\frac{4}{3}$

3) 1

4)  $\frac{2}{3}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Найдите значение выражения  $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)} + \frac{b+c}{(c-a)(a-b)} + \frac{c+a}{(a-b)(b-c)}$  при  $a = 4,669202, b = 2,502908, c = 0,643411$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

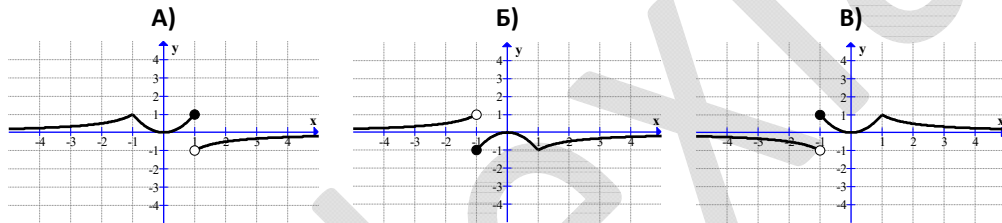
9. Решите уравнение в действительных числах  $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x} = \sqrt{x-3}$ . В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. У Серёжи и у Лены есть несколько шоколадок, каждая весом не более 100 граммов. Как бы они ни поделили эти шоколадки, у одного из них суммарный вес шоколадок не будет превосходить 100 граммов. Какой наибольший суммарный вес (в граммах) могут иметь все шоколадки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других символов между ними.



1)  $y = \begin{cases} -x^2, & \text{если } |x| \leq 1 \\ -\frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$

2)  $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } |x| \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$

3)  $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } |x| \leq 1 \\ -\frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Площадь ромба  $S$  (в  $m^2$ ) можно вычислить по формуле  $S = \frac{1}{2}d_1d_2$ . Пользуясь этой формулой, найдите диагональ  $d_1$  (в метрах), если диагональ  $d_2$  равна 30 м, а площадь ромба 120  $m^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

13. Решите систему неравенств в действительных числах  $\begin{cases} (6x+5)(3x+2)(x+1) < 28 \\ \frac{x^8 + x^6 - 4x^4 + x^2 + 1}{x^8 - x^5 + x^2 - x + 1} > 0 \end{cases}$ .

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

- 1) нет решений
- 2)  $(-\infty; \frac{1}{3})$
- 3)  $(-\infty; -1) \cup (-1; -\frac{1}{3})$
- 4)  $(-\infty; -1) \cup (-1; \frac{1}{3})$

Ответ: \_\_\_\_\_.

14. Три конькобежца, скорости которых в некотором порядке образуют геометрическую прогрессию, одновременно стартуют (из одного места) по кругу. Через некоторое время второй конькобежец обгоняет первого, пробежав на 400 метров больше его. Третий конькобежец пробегает то расстояние, который пробежал первый к моменту обгона его вторым, за время на 40 секунд больше, чем первый. Найдите скорость первого конькобежца в м/мин.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Модуль «Геометрия»**

15. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с равными катетами  $AC$  и  $BC$  на стороне  $AC$  как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону  $AB$  в точке  $M$ . Найдите расстояние от вершины  $B$  до центра этой окружности, если  $BM = \sqrt{10}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**16.** Угол с вершиной  $C$  равен  $120^\circ$ . Окружность радиуса 13 касается сторон угла в точках  $A$  и  $B$ . Найдите  $AB$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**17.** Стороны параллелограмма равны 2 и 4, а угол между ними равен  $60^\circ$ . Через вершину этого угла проведены прямые, проходящие через середины двух других сторон параллелограмма. Найдите косинус угла  $\varphi$  между этими прямыми. В ответе запишите значение выражения  $\sqrt{7} \cos \varphi$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**18.** Сторону  $AB$  треугольника  $ABC$  продолжили за вершину  $B$  и выбрали на луче  $AB$  точку  $A_1$  так, что точка  $B$  – середина отрезка  $AA_1$ . Сторону  $BC$  продолжили за вершину  $C$  и отметили на продолжении точку  $B_1$  так, что  $C$  – середина  $BB_1$ . Аналогично, продолжили сторону  $CA$  за вершину  $A$  и отметили на продолжении точку  $C_1$  так, что  $A$  – середина  $CC_1$ . Найдите площадь треугольника  $A_1B_1C_1$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 1.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**19.** Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов и других символов между ними.

- 1) У прямоугольного треугольника только одна высота.
- 2) Если основание и одна из боковых сторон одного равнобедренного треугольника равны соответственно основанию и одной из боковых сторон другого равнобедренного треугольника, то эти треугольники равны.
- 3) Через две различные точки всегда можно провести окружность радиуса, равного расстоянию между этими точками, и притом только одну.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.*

### Модуль «Алгебра»

**20.** Решите в действительных числах систему уравнений 
$$\begin{cases} xy + yz = 8 \\ xz + yz = 9 \\ xy + xz = 5 \end{cases}$$

**21.** Имеется 33 коробки массой 19 кг каждая и 27 коробок массой 49 кг каждая. Все эти коробки раскладывают по двум контейнерам. Пусть  $S$  – модуль разности суммарных масс коробок в контейнерах. Найдите наименьшее значение  $S$ .

**22.** Постройте множество точек плоскости  $\Omega$ , заданное неравенством  $((x-3)^2 + (y+4)^2 - 17)((x+6)^2 + (y-2)^2) \leq 0$ . Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением  $ax + y = 1$ , имеет с множеством точек плоскости  $\Omega$  ровно одну общую точку.

### Модуль «Геометрия»

**23.** Точка  $M$  удалена от центра окружности радиуса 15 на расстояние 16. Через точку  $M$  проведена прямая, пересекающая окружность в точках  $A$  и  $B$ . Найдите произведение  $MA \cdot MB$ .

**24.** Точки  $A, B, C$  и  $D$  лежат на окружности. Точки  $M, N, K$  и  $L$  – середины дуг  $AB, BC, CD$  и  $DA$ , последовательно расположенных на окружности. Докажите, что хорды  $MK$  и  $NL$  перпендикулярны.

**25.** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность, причем касательные в точках  $B$  и  $D$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на прямой  $AC$ . Прямая, параллельная  $KB$ , пересекает прямые  $BA, BD$  и  $BC$  в точках  $P, Q$  и  $R$  соответственно. Найдите  $PQ$ , если  $QR = 13$ .