

Часть 1

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 276

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

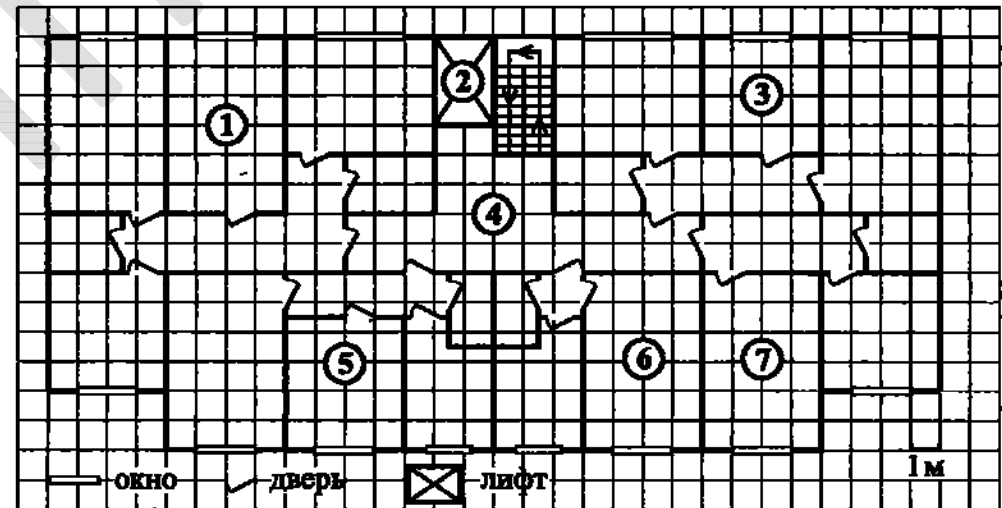
Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке изображён типовой план этажа в многоквартирном доме. Сторона каждой клетки на плане равна 1 м. На этаже расположены 2 однокомнатные, 2 двухкомнатные и 1 трёхкомнатная квартиры. Коридор между квартирами обозначен цифрой 4. К лифту примыкает трёхкомнатная квартира, рядом с ней – одна из двухкомнатных квартир. К лестнице примыкает вторая из двухкомнатных квартир, а рядом с ней расположены две однокомнатные квартиры. Подняться на любой этаж можно по лестнице или на лифте. На первом этаже трёхкомнатная квартира, примыкающая к

лифту, обозначенная цифрой 1 — это квартира №1. Далее нумерация квартир идёт против часовой стрелки.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других символов между ними.

Квартира	№44	№25	№53	№64
Цифры				

Ответ: _____.

2. Керамическая плитка продаётся в упаковках по 10 плиток площадью $0,18 \text{ м}^2$ каждая. Сколько упаковок керамической плитки понадобилось, чтобы покрыть им полы в коридоре, если в доме 15 этажей?

Ответ: _____.

3. Найдите суммарную площадь (в м^2) трёхкомнатной и двух однокомнатных квартир.

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние (в метрах) от входа в квартиру, обозначенную цифрой 6, до лифта (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой). Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. Товарищество собственников жилья (ТСЖ) многоквартирного дома планирует организовать для жителей вывоз мусора. ТСЖ рассматривает два варианта: обычные мусорные баки или баки с отдельным сбором мусора. При отдельном сборе компания, осуществляющая вывоз мусора, платит ТСЖ 1 400 рублей в месяц за

собранный пластик. Общая площадь квартир в доме равна $5\,400 \text{ м}^2$. Стоимость баков, оборудования площадки для них, стоимость вывоза мусора даны в таблице (см. ниже). Обдумав оба варианта, ТСЖ выбрало отдельный сбор мусора. Через сколько месяцев от начала вывоза мусора более низкая цена тарифа за отдельный мусор компенсирует разность в стоимости оборудования?

Сбор мусора	Обычный	Отдельный
Цена мусорного бака (руб.)	13 500	16 400
Количество баков (шт.)	5	6
Стоимость обустройства площадки (руб.)	240 000	366 320
Тариф за вывоз мусора (руб./ м^2)	7,7	3,8

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{4-2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{1+\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{4}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c — действительные положительные числа. Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{1}{a+b+c} \left(\frac{(1+a)^2(1+b)^2}{1+c^2} + \frac{(1+b)^2(1+c)^2}{1+a^2} + \frac{(1+c)^2(1+a)^2}{1+b^2} \right).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 9

2) 8

3) 7

4) 6

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left(\frac{2+a}{(2-a)^2} + \frac{4}{a^2-4} + \frac{2-a}{(2+a)^2} \right) : \frac{16a^2}{16-a^4} + \frac{a^2}{a^2-4}$ при

$$a = \sqrt{2}.$$

Ответ: _____.

9. Решите уравнение в действительных числах $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4 = 0$.

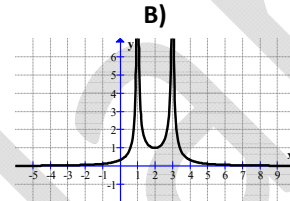
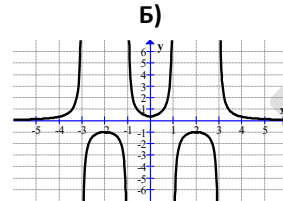
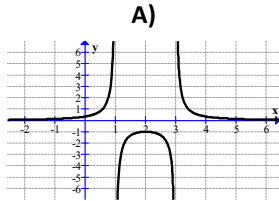
В ответе запишите корни этого уравнения в порядке возрастания без пробелов и других символов между ними.

Ответ: _____.

10. В квадрате отметили 20 точек и соединили их непересекающимися отрезками друг с другом и с вершинами квадрата так, что квадрат разбился на треугольники. Сколько получилось треугольников?

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других символов между ними.



1) $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$

2) $y = \frac{1}{|x^2 - 4x + 3|}$

3) $y = \frac{1}{x^2 - 4|x| + 3}$

Ответ: _____.

12. Среднее геометрическое трех чисел a , b и c вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$. Вычислите среднее геометрическое чисел 5, 25 и 27.

Ответ: _____.

13. Решите систему неравенств в действительных числах

$$\begin{cases} x^4 - x^2 + 2x - 1 > 0 \\ \sqrt{2x-1} + \sqrt{3x-2} < \sqrt{4x-3} + \sqrt{5x-4} \end{cases}$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) нет решений

2) $(1; +\infty)$

3) $\left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}; +\infty\right)$

4) $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}; +\infty\right)$

Ответ: _____.

14. Рабочие прокладывают тоннель длиной 87 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 7 метров туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 6 дней.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Вписанная в треугольник ABC окружность радиуса $\sqrt{2}-1$ касается его сторон AB , BC и AC соответственно в точках K , M и N . Известно, что $\angle MKN = \angle ABC = 45^\circ$. Найдите длину большей стороны треугольника ABC .

Ответ: _____.

16. Около окружности радиуса $2\sqrt[3]{3}$ описана равнобедренная трапеция $ABCD$. Известно, что E и K – точки касания этой окружности с боковыми сторонами трапеции. Угол между основанием AB и боковой стороной AD трапеции равен 60° . Найдите площадь трапеции $ABKE$.

Ответ: _____.

17. В прямоугольном треугольнике ABC расположен прямоугольник $EKMP$ так, что сторона EK лежит на гипотенузе BC , а вершины M и P — на катетах AC и AB соответственно. Катет AC равен 3, а катет AB равен 4. Найдите большую сторону прямоугольника $EKMP$, если его площадь равна $\frac{5}{3}$, а периметр меньше 9.

Ответ: _____.

18. На стороне AB выпуклого четырёхугольника $ABCD$ выбрана точка M так, что $\angle AMD = \angle ADB$ и $\angle ACM = \angle ABC$. Утроенный квадрат отношения расстояния от точки A до прямой CD к расстоянию от точки C до прямой AD равен 2, $CD = 20\sqrt{5}(2\sqrt{2} + \sqrt{3})$. Найдите радиус вписанной окружности треугольника ACD .

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений неверны? Если неверных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов и других символов между ними.

- 1) Середины сторон параллелограмма являются вершинами квадрата.
- 2) Если прямая параллельна стороне AB треугольника ABC и пересекает две другие его стороны в точках P и T , то треугольники ABC и PTC подобны.
- 3) Радиус вписанной в треугольник окружности может быть ровно в 100 раз больше большей стороны этого треугольника.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Найдите наибольшее натуральное число N , для которого уравнение $99x + 100y + 101z = N$ имеет единственное решение в натуральных числах x, y, z .

21. На доске написано более 32, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 5, среднее арифметическое всех положительных чисел равно 16, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -8 . Какое наибольшее количество отрицательных чисел может быть среди них?

22. Постройте множество точек плоскости Ω , заданное уравнением $x^2 + 2x + y^2 + 4y = 4|2x - y|$. Найдите все значения a , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением $x + 2y = a$, имеет с множеством точек плоскости Ω более двух общих точек.

Модуль «Геометрия»

23. В равнобедренном треугольнике ABC (AC — основание) на стороне BC находятся точки D и E , причём $DE = EC = 2$. Найдите периметр треугольника ABC , если известно, что $AE = 5$, $AD = \sqrt{33}$.

24. Точка I — центр вписанной окружности треугольника ABC . Внутри треугольника выбрана точка P такая, что $\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$. Докажите, что $AP \geq AI$, причём равенство выполняется тогда и только тогда, когда P совпадает с I .

25. В треугольнике ABC угол A наименьший. Через вершину A проведена прямая, пересекающая отрезок BC . Она пересекает описанную окружность в точке X , а серединные перпендикуляры к сторонам AC и AB — в точках B_1 и C_1 соответственно. Прямые BC_1 и CB_1 пересекаются в точке Y . Найдите длину AX , если известно, что $BY = 4$, а $CY = 3$.