

Часть 1

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 275

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

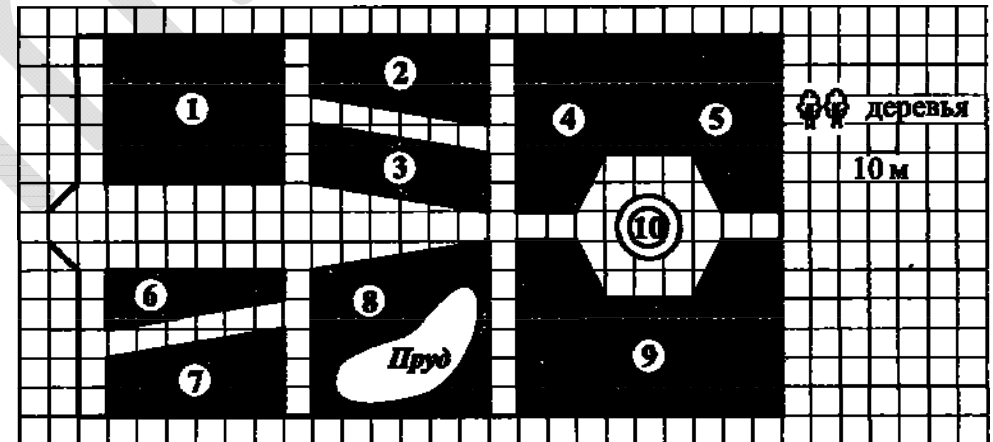
Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке изображён план зоопарка. Сторона каждой клетки на плане равна 10 м.

У зоопарка имеется единственный вход. На территории зоопарка имеется фонтан круглой формы. Рядом с фонтаном в вольере, где растут деревья, обитают бегемоты. По другую сторону фонтана находится вольер с верблюдами, к нему примыкает вольер с антилопами. Слева от входа в зоопарк расположен вольер с тиграми. Между ним и вольером с антилопами находится вольер с волками. В 10 м от вольера с антилопами расположен вольер с лисами площадью 1200 м^2 . Справа от входа в зоопарк находится вольер с павлинами. Вольер с пони расположен в 10 м от него вдоль ограды зоопарка. Фламинго обитают в вольере с прудом.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других символов между ними.

Животные	пони	волки	верблюды	лисы
Цифры				

Ответ: _____.

2. Ограду зоопарка (кроме ворот) высотой 2,5 м необходимо выкрасить краской. Расход краски составляет 120 г на 1 м². В одной банке содержится 20 кг краски. Какое минимальное количество банок краски необходимо приобрести?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь, которую занимает вольер с бегемотами. Ответ дайте в м².

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние (в метрах) от вольера с пони до вольера с антилопами (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой). Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. Предприниматель планирует арендовать на территории зоопарка один из двух павильонов для обустройства кафе. Стоимость аренды, стоимость оборудования и монтажа, среднее число посетителей и средний чек (по статистике в аналогичных кафе) даны в таблице (см. ниже). Средняя наценка в кафе составляет 100%, то есть ровно половина стоимости чека идёт в прибыль кафе.

Обдумав оба варианта, предприниматель решил арендовать павильон №2. Через сколько дней работы кафе более высокая прибыль при аренде павильона №2, чем павильона №1, компенсирует разность в стоимости аренды и оборудования?

Павильон	№1	№2
Средняя стоимость аренды (руб./день)	1 200	800
Стоимость оборудования и монтажа (руб.)	1 370 000	3 120 000
Среднее число посетителей (чел./день)	56	74
Средний чек (руб.)	420	380

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{12+4\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{12-4\sqrt{5}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные неотрицательные числа. Причём $a+b+c+d=4$.

Найдите наименьшее значение выражения:

$$\sqrt{\frac{a+1}{ab+1}} + \sqrt{\frac{b+1}{bc+1}} + \sqrt{\frac{c+1}{cd+1}} + \sqrt{\frac{d+1}{da+1}}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 6

2) 5

3) 4

4) 3

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{5(a+5)}{a^2+5a+25} + \frac{a^3-5a^2}{(a+5)^2} \cdot \left(\frac{5a}{a^3-125} + \frac{1}{a-5} \right)$ при

$a = 1,618034$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение в действительных числах $x^4 + 2x^3 - x = 2$.

В ответе запишите все корни этого уравнения в порядке возрастания без пробелов и других символов между ними.

Ответ: _____.

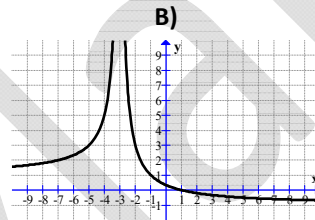
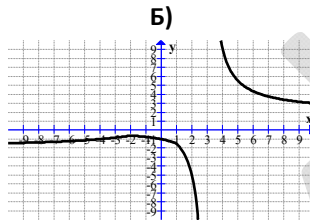
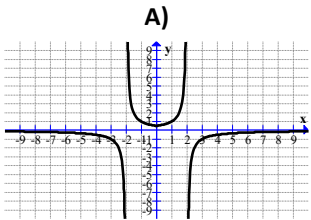
10. В выпуклом тридцатисемиугольнике выбирают независимо друг от друга две случайные диагонали.

Найдите вероятность p того, что эти диагонали пересекаются внутри многоугольника.

В ответе запишите значение выражения $314p$.

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других символов между ними.



1) $y = \frac{1-x}{|x+3|}$

2) $y = \frac{1}{2-|x|}$

3) $y = \frac{|x-1|+|x+2|}{x-3}$

Ответ: _____.

12. Найдите m из равенства $F = ma$, если $F = 84$ и $a = 12$.

Ответ: _____.

13. Решите систему неравенств в действительных числах

$$\begin{cases} x^4 - 2x^2 - 8x - 3 > 0 \\ \sqrt{x^4 + 2x^2 - 1} - \sqrt{2x^4 + x^2 + 1} < \sqrt{x^2 + x} \end{cases}$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) нет решений

2) $(-\infty; 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}; +\infty)$

3) $(-\infty; -1] \cup (1 + \sqrt{2}; +\infty)$

4) $(-\infty; -1] \cup [\sqrt{\sqrt{2}-1}; +\infty)$

Ответ: _____.

14. Бригада маляров красит забор длиной 270 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 90 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Найдите периметр треугольника KLM , если известны координаты его вершин $K(-4; -3)$, $L(2; 5)$ и точки $P(5; 1)$, являющейся серединой стороны LM .

Ответ: _____.

16. В треугольнике ABC угол C – прямой. CL – биссектриса треугольника ABC . На катете CB как на диаметре во внешнюю сторону построена полуокружность, точка N – середина этой полуокружности. Прямые AN и CL пересекаются в точке Q . Найдите LQ , если известно, что $CL = 5$.

Ответ: _____.

17. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ точка L является серединой стороны BC , точка M является серединой AD , точка N является серединой стороны AB . Найдите отношение площади треугольника LMN к площади четырёхугольника $ABCD$.

Ответ: _____.

18. В прямоугольном треугольнике ABC высота, опущенная на гипотенузу AB , равна 3, а биссектриса прямого угла равна 4. Найдите площадь треугольника ABC .

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов и других символов между ними.

- 1) Середины сторон квадрата являются вершинами параллелограмма.
- 2) Если стороны одного треугольника лежат на прямых, соответственно параллельных сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- 3) Если в треугольник со сторонами a , b , c вписана окружность, то точка её касания со стороной a делит эту сторону на отрезки, длины которых равны $p-b$ и $p-c$, где p – полупериметр данного треугольника.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите уравнение в целых числах $x^2y = 10000x + y$. В ответе укажите количество решений.

21. Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 11 раз больше, либо в 11 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 2231. Какое наибольшее количество членов может быть в этой последовательности?

22. Постройте множество точек плоскости Ω , заданное уравнением $2x - 2y - 2 = |x^2 + y^2 - 1|$. Найдите все значения a , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением $y = a(x-1)$, имеет с множеством точек плоскости Ω более двух общих точек.

Модуль «Геометрия»

23. Один из углов треугольника равен $\frac{\pi}{4}$, радиус вписанной в него окружности равен $2(2 - \sqrt{2})$, а радиус описанной вокруг него окружности равен 3. Найдите площадь этого треугольника.

24. Дан треугольник ABC . Точка K – основание биссектрисы внешнего угла A . Точка M – середина дуги AC описанной окружности (не содержащей точку B). Точка N выбрана на биссектрисе угла C так, что AN параллельна BM . Докажите, что точки M , N и K лежат на одной прямой.

25. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ отрезок CM , соединяющий вершину C с точкой M , расположенной на стороне AD , пересекает диагональ BD в точке K . Известно, что $CK : KM = 2 : 1$, $CD : DK = 5 : 3$ и $\angle ABD + \angle ACD = 180^\circ$. Найдите отношение стороны AB к диагонали AC .