

## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 262

## Уровень 2

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

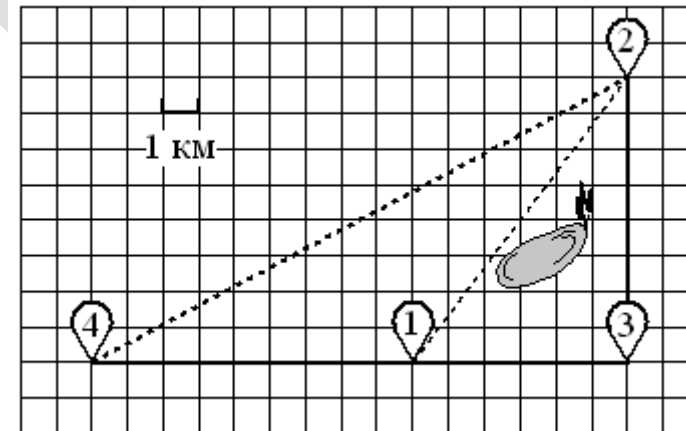
**Желаем успеха!**

## Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

## Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Полина летом отдыхает у бабушки в деревне Ясная. В четверг они собираются съездить на велосипедах в село Майское в магазин. Из деревни Ясная в село Майское можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Камышёвка до деревни Хомяково, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в село Майское. Есть и третий маршрут: в деревне Камышёвка можно свернуть на прямую тропинку в село Майское, которая идёт мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.

По шоссе Полина с бабушкой едут со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и

тропинке — со скоростью 15 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 1 км.

1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Населённые пункты	с. Майское	д. Хомякова	д. Ясная
Цифры			

Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Сколько километров проедут Полина с дедушкой от деревни Ясная до села Майское, если они поедут по шоссе через деревню Хомяково?

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Найдите расстояние от деревни Камышёвка до села Майское по прямой. Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Сколько минут затратят на дорогу из деревни Ясная в село Майское Полина с дедушкой, если поедут через деревню Хомяково?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. В таблице (см. табл. ниже) указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Ясная, селе Майское, деревне Камышёвка и деревне Хомяково. Полина с дедушкой хотят купить 2 л молока, 3 кг говядины и 2 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.

Наименование продукта	д. Ясная	с. Майское	д. Камышёвка	д. Хомякова
Молоко (1 литр)	42	38	41	33
Хлеб (1 батон)	25	21	29	30
Сыр «Российский» (1 кг)	310	320	290	280
Говядина (1 кг)	340	380	410	390
Картофель (1 кг)	15	20	17	18

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $\left( \frac{\left(6 - 4\frac{1}{2}\right) : 0,03 - \left(0,3 - \frac{3}{20}\right) \cdot 1\frac{1}{2}}{\left(3\frac{1}{20} - 2,65\right) \cdot 4 + \frac{2}{5} - \left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) \cdot \frac{1}{80}} \right) : 2\frac{1}{20}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Пусть  $a, b, c$  — действительные положительные числа, меньшие 1. Причём

$ab + bc + ca = 1$ . Найдите наименьшее значение выражения  $\frac{a^2 + b^2}{(1 - a^2)(1 - b^2)} + \frac{b^2 + c^2}{(1 - b^2)(1 - c^2)} + \frac{c^2 + a^2}{(1 - c^2)(1 - a^2)}$ .

- 1) 4                      2)  $\frac{9}{2}$                       3) 5                      4)  $\frac{368}{63}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Найдите значение выражения  $\left(\left(\frac{x}{x+y}\right)^{-2} + \frac{(x-y)^2 + 4xy}{y^2 + xy}\right) \cdot \frac{x^6}{x^3 y^3 - y^6} \cdot \frac{x-y}{x+y}$  при  $x = \sqrt{1157}$  и  $y = \sqrt{89}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

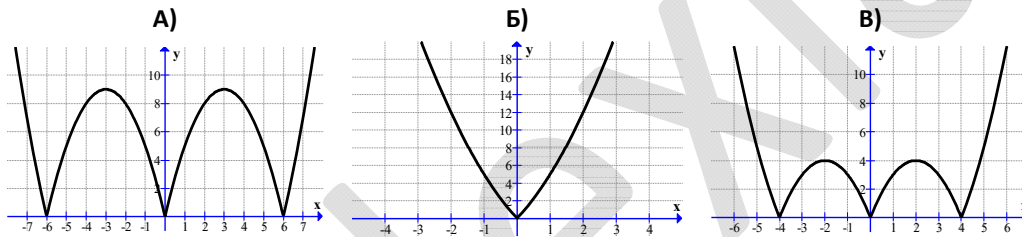
9. Решите уравнение  $(x+4)^5 + (x+2)^5 - 32x = 96$ . В ответе запишите корни этого уравнения без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Сколькими способами можно расположить в ряд 4 белые, 3 красные и 2 зелёные фишки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других разделительных символов.



1)  $y = |x^2 - 4|x||$

2)  $y = |x^2 - 6|x||$

3)  $y = x^2 + 4|x|$

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Площадь треугольника со сторонами  $a, b, c$  можно вычислить по формуле  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , где  $p = \frac{a+b+c}{2}$ . Найдите площадь треугольника, если длины его сторон равны 7, 15, 20.

Ответ: \_\_\_\_\_.

13. Укажите решение системы неравенств в действительных числах  $\begin{cases} |x^3 - 1| \leq 1 - x \\ \sqrt{25 - x^2} \leq \frac{12}{x} \end{cases}$ .

1) нет решений

2)  $[-1; 1]$

3)  $(0; 3] \cup (4; 5]$

4)  $\{1\}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

14. Ваня, Миша, Алик и Вадим ловили рыбу. Оказалось, что количества рыб, пойманных каждым из них, образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Если бы Алик поймал столько же рыб, сколько Вадим, а Вадим поймал бы на 12 рыб больше, то количества рыб, пойманных юношами, образовали бы в том же порядке геометрическую прогрессию. Сколько рыб поймал Миша?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Модуль «Геометрия»**

15. На сторонах  $AB, BC, AD, DC$  квадрата  $ABCD$  соответственно взяты точки  $E, F, G, H$  так, что  $AE = BF = GD = DH$ . Причём  $AE < EB$ . Найдите градусную меру угла  $FGH$ , если известно, что  $\angle EFB = 52^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**16.** Из точки  $M$  проведены касательные  $MA$  и  $MB$  к окружности с центром в точке  $O$  ( $A$  и  $B$  – точки касания). Найдите радиус окружности, если  $\angle AMB = 60^\circ$  и  $AB = 5\sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**17.** На медиане  $AM$  треугольника  $ABC$  нашлась такая точка  $K$ , что  $AK = BM$ . Кроме того,  $\angle AMC = 60^\circ$ . Найдите  $AC$ , если известно, что  $BK = 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**18.** В четырёхугольнике  $PQRS$  найдите такую точку  $T$ , для которой отношение площадей треугольников  $RQT$  и  $PST$ , было равно  $2:1$ , а треугольников  $SRT$  и  $PQT$  –  $1:5$ , если известны координаты всех точек его вершин:  $P(6; -2)$ ,  $Q(3; 4)$ ,  $R(-3; 4)$ ,  $S(0; -2)$ . В ответе запишите сумму абсциссы и ординаты точки  $T$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**19.** Какие из следующих утверждений неверны? Если неверных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

- 1) Диагонали параллелограмма делят его на четыре равных треугольника.
- 2) Среди четырёх треугольников, на которые диагонали делят трапецию, обязательно есть два равновеликих треугольника.
- 3) Центром окружности, описанной около треугольника, служит точка пересечения его высот.

Ответ: \_\_\_\_\_.

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

**Модуль «Алгебра»**

**20.** Решите уравнение в действительных числах:

$$\sqrt{x^4 + 8x^3 + 12x^2 - 19x - 27} + \sqrt{x^4 + 8x^3 + 12x^2 - 19x - 20} = 7.$$

**21.** В акционерном обществе «А» 1994 акционера, причём известно, что любые 1000 из них в совокупности обладают не менее чем половиной акций. Какую наибольшую долю (в %) акций может иметь один акционер?

**22.** Постройте множество точек числовой оси  $\Omega$ , заданное уравнением  $|x^2 - 5x + 4| - 9x^2 - 5x + 4 + 10x|x| = 0$ . Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множество точек числовой оси, заданное уравнением  $x^2 - 2(a-1)x + a(a-2) = 0$ , имеет с множеством точек числовой оси  $\Omega$  ровно одну общую точку.

**Модуль «Геометрия»**

**23.** Около окружности радиуса 1 описана равнобедренная трапеция, площадь которой равна 5. Найдите площадь четырёхугольника, вершинами которого служат точки касания окружности и трапеции.

**24.** На сторонах  $BC$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  взяты точки  $E$  и  $F$ , причём  $\angle EAF = 45^\circ$ . Отрезки  $AE$  и  $AF$  пересекают диагональ  $BD$  в точках  $P$  и  $Q$ . Докажите, что площадь треугольника  $AEF$  в два раза больше площади треугольника  $APQ$ .

**25.** Радиус окружности, описанной около треугольника, равен 7, а радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 3. Найдите наименьшее значение периметра этого треугольника.