



ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ТЕСТИРОВАНИЯ

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ  
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ**Вариант по математике № 1****Инструкция по выполнению работы****Общее время экзамена** – 235 минут.**Характеристика работы.** Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 3). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 – 8 заданий; в части 2 – 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 – 5 заданий; в части 2 – 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания – в части 1.

**Советы и указания по выполнению работы.** Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий части 1 ответы укажите сначала на листах с заданиями экзаменационной работы, а затем перенесите в бланк № 1.

Решения к заданиям части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

**Как оценивается работа.** Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

*Желаем успеха!*


ФГБУ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
ЦЕНТР ТЕСТИРОВАНИЯ»

## Часть 1

▪ Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный. В бланке ответов № 1 поставьте знак «х» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного Вами ответа.

▪ Если варианты ответа к заданию не приводятся, то полученный результат сначала впишите в текст работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений указывать не нужно. Если ответом являются несколько чисел, запишите их в любом порядке в бланк ответов № 1, разделяя точкой с запятой, например: 3; -10.

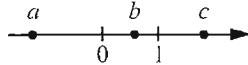
▪ Если в ответе приведена таблица, то перенесите записанную Вами последовательность цифр без пробелов и использования других символов в бланк ответов № 1.

## Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения  $\frac{1}{\frac{1}{9} - \frac{1}{12}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 На координатной прямой отмечены числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



Какое из следующих утверждений относительно этих чисел является верным?

- 1)  $\frac{b}{a} > 0$       2)  $c - a < 0$       3)  $a + b < 0$       4)  $bc < 0$

3 Какое из чисел  $\sqrt{25000}$ ,  $\sqrt{0,0025}$ ,  $\sqrt{2,5}$  является рациональным?

- 1)  $\sqrt{25000}$       2)  $\sqrt{0,0025}$       3)  $\sqrt{2,5}$       4) Все эти числа иррациональны.

4 Решите уравнение  $\frac{4}{5}x^2 - 5 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Установите соответствие между функциями и их графиками. Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

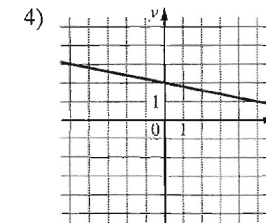
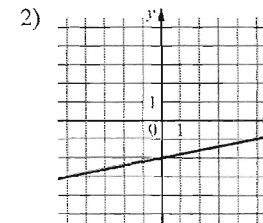
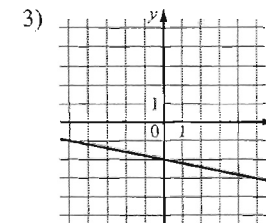
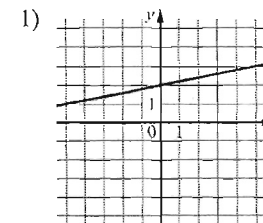
ФУНКЦИИ

А)  $y = \frac{1}{5}x - 2$

Б)  $y = -\frac{1}{5}x + 2$

В)  $y = -\frac{1}{5}x - 2$

ГРАФИКИ



Ответ:

А	Б	В

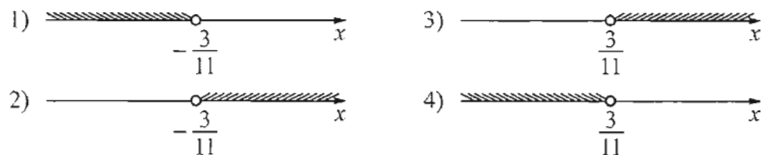
6 Дана арифметическая прогрессия:  $-57; -44; -31; \dots$  Найдите первый положительный член этой прогрессии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $(8x - 3y)^2 + 16x(-2x + 3y) - 32x^2$  при  $x = 1,8$ ,  $y = \sqrt{7}$ .

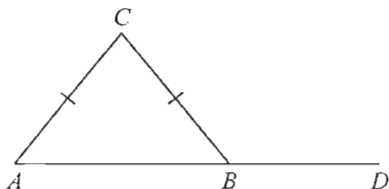
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На каком рисунке изображено множество решений неравенства  $-3(2x-1) > 6+5x$ ?



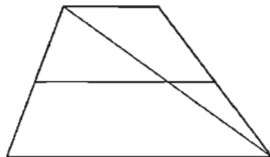
## Модуль «Геометрия»

- 9 В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ . Внешний угол при вершине  $B$  равен  $129^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



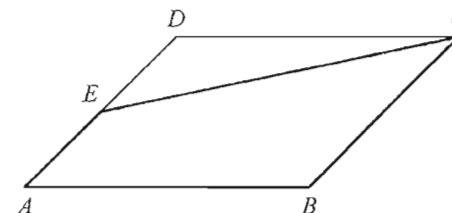
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



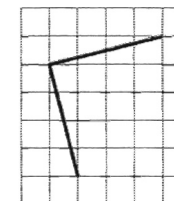
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 176. Точка  $E$  — середина стороны  $AD$ . Найдите площадь трапеции  $AECB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 На клетчатой бумаге изображён угол. Найдите его градусную величину.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.
- 2) Прямая не имеет центра симметрии.
- 3) Площадь трапеции меньше произведения суммы оснований и высоты.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Модуль «Реальная математика»

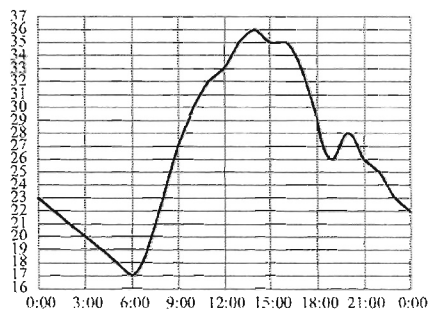
- 14 В таблице приведены нормативы по бегу на лыжах на 1 км для учащихся 10 класса.

Отметка	мальчики			девочки		
	«3»	«4»	«5»	«3»	«4»	«5»
Время (мин. и сек.)	5:30	5:00	4:40	7:10	6:30	6:00

Какую отметку получит мальчик, пробежавший на лыжах 1 км за 6 минут 15 секунд?

- 1) Норматив не выполнен
- 2) «3»
- 3) «4»
- 4) «5»

- 15 На рисунке показано, как изменялась температура на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов после 12:00 температура превышала  $29^{\circ}\text{C}$ ?

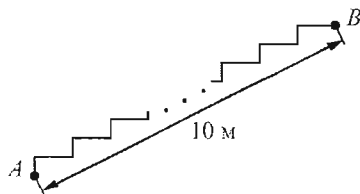


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16 В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 15%, во второй — на 20%. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 1200 р.?

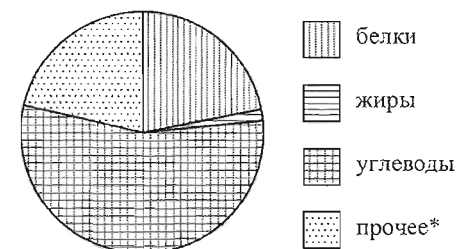
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17 Лестница соединяет точки  $A$  и  $B$ . Высота каждой ступени равна 14 см, а длина — 48 см. Расстояние между точками  $A$  и  $B$  составляет 10 м. Найдите высоту, на которую поднимается лестница (в метрах).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 На диаграмме показано содержание питательных веществ в фасоли. Определите по диаграмме, содержание каких веществ наименьшее.



\*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) жиры      2) белки      3) углеводы      4) прочее

Запишите номер выбранного ответа.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле  $P = I^2 R$ , где  $I$  — сила тока (в амперах),  $R$  — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление  $R$  (в омах), если мощность составляет 150 ватт, а сила тока равна 5 амперам.

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

## Модуль «Алгебра»

21 Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{\sqrt{125} \cdot \sqrt{245}}}{\sqrt{448}}$ .

- 22 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 1% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

- 23 Постройте график функции  $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^4 - 4x^3 + 4x^2}}$  и найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

## Модуль «Геометрия»

- 24 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = 4$ ,  $AC = 7$  и  $BC = \sqrt{93}$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

- 25 В треугольник  $ABC$  вписана окружность, касающаяся сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  в точках  $P$ ,  $Q$  и  $K$  соответственно. Известно, что  $BK$  — медиана треугольника. Докажите, что прямые  $PQ$  и  $AC$  параллельны.

- 26 На стороне  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  выбрана точка  $K$ . Отрезки  $AK$  и  $BD$  пересекаются в точке  $P$ . Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 24, а площадь четырёхугольника  $PKCD$  равна 10. Найдите площадь треугольника  $APD$ .

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ТЕСТИРОВАНИЯ

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ  
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ**Вариант по математике № 2****Инструкция по выполнению работы****Общее время экзамена** – 235 минут.**Характеристика работы.** Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 – 8 заданий; в части 2 – 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 – 5 заданий; в части 2 – 3 задания. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания – в части 1.

**Советы и указания по выполнению работы.** Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий части 1 ответы укажите сначала на листах с заданиями экзаменационной работы, а затем перенесите в бланк № 1.

Решения к заданиям части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

*М.В. М.***Как оценивается работа.** Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.*Желаем успеха!*ФГБУ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
ЦЕНТР ТЕСТИРОВАНИЯ»

## Часть 1

■ Для заданий с выбором ответа (2, 3, 8, 14) из четырёх предложенных вариантов выберите один верный. В бланке ответов № 1 поставьте знак «х» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного Вами ответа.

■ Если варианты ответа к заданию не приводятся, то полученный результат сначала запишите в текст работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений указывать не нужно. Если ответом являются несколько чисел, запишите их в любом порядке в бланк ответов № 1, разделяя точкой с запятой, например: 3; -10.

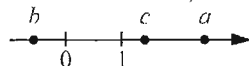
■ Если в ответе приведена таблица, то перенесите записанную Вами последовательность цифр без пробелов и использования других символов в бланк ответов № 1.

## Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения  $\frac{1}{\frac{1}{5} - \frac{1}{30}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 На координатной прямой отмечены числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



Какое из следующих утверждений относительно этих чисел является верным?

- 1)  $\frac{a}{c} > 1$       2)  $c - a > 0$       3)  $b + c < 0$       4)  $ab > 1$

3 Какое из чисел  $\sqrt{8,1}$ ,  $\sqrt{810}$ ,  $\sqrt{8100}$  является рациональным?

- 1)  $\sqrt{8,1}$       2)  $\sqrt{810}$       3)  $\sqrt{8100}$       4) Все эти числа иррациональны.

4 Решите уравнение  $-\frac{4}{7}x^2 + 28 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Установите соответствие между функциями и их графиками. Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

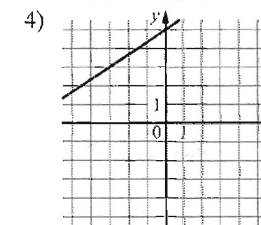
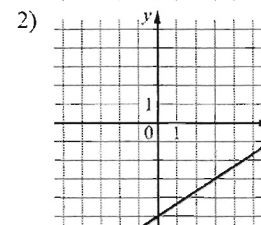
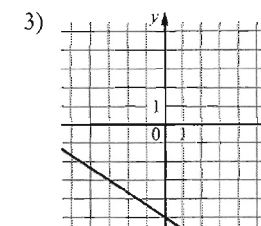
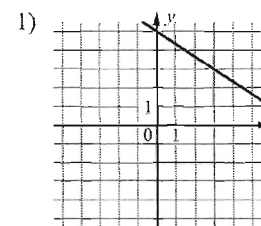
ФУНКЦИИ

А)  $y = -\frac{2}{3}x - 5$

Б)  $y = \frac{2}{3}x + 5$

В)  $y = \frac{2}{3}x - 5$

ГРАФИКИ



Ответ:

А	Б	В

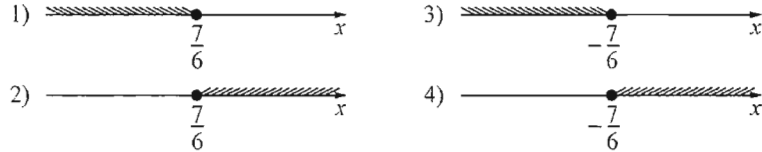
6 Дана арифметическая прогрессия: 87; 69; 51; ... Найдите первый отрицательный член этой прогрессии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $(-7x + 9y)^2 - 14x(4x - 9y) + 7x^2$  при  $x = 6,2$ ,  $y = \sqrt{2}$ .

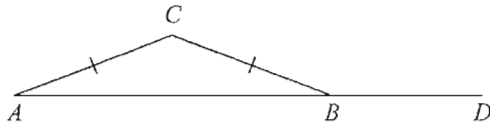
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На каком рисунке изображено множество решений неравенства  $-(3x+5) \leq 2+3x$ ?



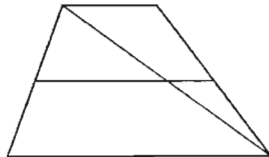
## Модуль «Геометрия»

- 9 В треугольнике  $ABC$   $AC=BC$ . Внешний угол при вершине  $B$  равен  $159^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



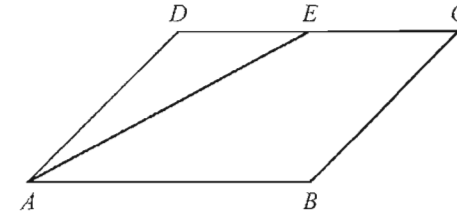
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Основания трапеции равны 3 и 14. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



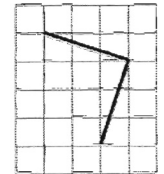
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 56. Точка  $E$  — середина стороны  $CD$ . Найдите площадь трапеции  $AECB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 На клетчатой бумаге изображён угол. Найдите его градусную величину.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13 Укажите номера верных утверждений.

- 1) В треугольнике  $ABC$ , в котором  $AB=4$ ,  $BC=5$ ,  $AC=6$ , угол  $B$  — наибольший.
- 2) Около любого ромба можно описать окружность.
- 3) Диагонали параллелограмма делят его углы пополам.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Модуль «Реальная математика»

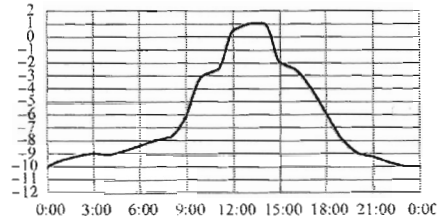
- 14 В таблице приведены нормативы по бегу на лыжах на 1 км для учащихся 10 класса.

Отметка	мальчики			девочки		
	«3»	«4»	«5»	«3»	«4»	«5»
Время (мин. и сек.)	5:30	5:00	4:40	7:10	6:30	6:00

Какую отметку получит девочка, пробежавшая на лыжах 1 км за 6 минут 33 секунды?

- 1) Норматив не выполнен
- 2) «3»
- 3) «4»
- 4) «5»

- 15 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов от начала суток до 12:00 температура не превышала  $-6^{\circ}\text{C}$ ?

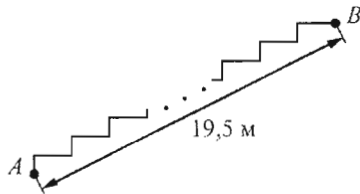


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16 В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 30%, во второй — на 45%. Сколько рублей стал стоить чайник после второго снижения цен, если до начала распродажи он стоил 1400 р.?

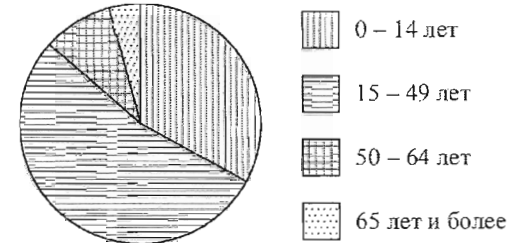
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17 Лестница соединяет точки  $A$  и  $B$ . Высота каждой ступени равна 16 см, а длина — 63 см. Расстояние между точками  $A$  и  $B$  составляет 19,5 м. Найдите высоту, на которую поднимается лестница (в метрах).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 На диаграмме показан возрастной состав населения Бангладеш. Определите по диаграмме, какая из возрастных категорий самая малочисленная.



- 1) 0 – 14 лет    2) 15 – 49 лет    3) 50 – 64 лет    4) 65 лет и более

Запишите номер выбранного ответа.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,09. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле  $P = I^2 R$ , где  $I$  — сила тока (в амперах),  $R$  — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление  $R$  (в омах), если мощность составляет 98 ватт, а сила тока равна 7 амперам.

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.*

## Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

## Модуль «Алгебра»

21 Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{\sqrt{216} \cdot \sqrt{294}}}{\sqrt{567}}$ .

- 22 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на вдвое большее число процентов. В результате они стали стоить на 12% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

- 23 Постройте график функции  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^4 + 2x^3 + x^2}}$  и найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

## Модуль «Геометрия»

- 24 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = 5$ ,  $AC = 7$  и  $BC = \sqrt{39}$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.
- 25 В треугольник  $ABC$  вписана окружность, касающаяся сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  в точках  $P$ ,  $Q$  и  $K$  соответственно. Известно, что  $BK$  — медиана треугольника. Докажите, что прямые  $PQ$  и  $BK$  перпендикулярны.
- 26 На стороне  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  выбрана точка  $K$ . Отрезки  $AK$  и  $BD$  пересекаются в точке  $P$ . Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 80, а площадь четырёхугольника  $PKCD$  равна 31. Найдите площадь треугольника  $APD$ .

## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

- 21 Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{\sqrt{125} \cdot \sqrt{245}}}{\sqrt{448}}$ .

Решение.

$$\frac{\sqrt{\sqrt{125} \cdot \sqrt{245}}}{\sqrt{448}} = \frac{\sqrt{\sqrt{5^3} \cdot \sqrt{5 \cdot 7^2}}}{\sqrt{2^6 \cdot 7}} = \frac{\sqrt{5^4 \cdot 7^2}}{\sqrt{2^6 \cdot 7}} = \frac{5^2 \cdot 7}{2^6 \cdot 7} = \frac{5}{8}.$$

Ответ:  $\frac{5}{8}$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ
1	По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 22 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 1% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Решение.

Пусть акции стоили  $P$  рублей и подорожали в понедельник на  $x$  процентов. Тогда по условию:

$$P\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{x}{100}\right) = 0,99P; 1 - \frac{x^2}{10000} = 0,99; x^2 - 100 = 0,$$

откуда находим  $x = 10$ .

Ответ: 10%.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Правильно составлено и решено уравнение, получен верный ответ
2	Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учетом решение доведено до ответа
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

- 23 Постройте график функции  $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^4 - 4x^3 + 4x^2}}$  и найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Решение.

Преобразуем выражение, стоящее в знаменателе:

$$\sqrt{x^4 - 4x^3 + 4x^2} = \sqrt{(x^2 - 2x)^2} = |x| \cdot |x - 2|.$$

Таким образом, при  $x > 2$  функция принимает вид  $y = \frac{1}{|x|}$ , а при  $x < 2$

функция принимает вид  $y = -\frac{1}{|x|}$ .

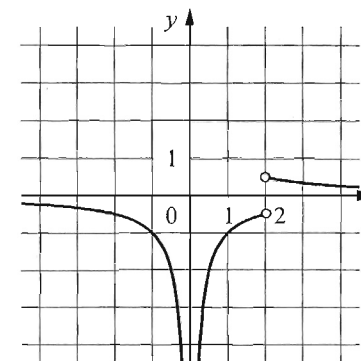


График изображён на рисунке.

Прямая  $y = kx$  имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при  $k \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$ .

Ответ:  $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	График построен верно, верно найдено множество значений параметра
3	График построен верно, множество значений параметра найдено неверно или не найдено
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
4	Максимальный балл

22.10.2013 22:48:16 Пользователь : Тех770520 Подпись

ФГБУ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
ЦЕНТР  
ТЕСТИРОВАНИЯ»

- 24 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB=4$ ,  $AC=7$  и  $BC=\sqrt{93}$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

Решение.

По теореме косинусов

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC; 93 = 16 + 49 - 56 \cos \angle BAC,$$

$$\text{значит, } \cos \angle BAC = -\frac{1}{2}; \angle BAC = 120^\circ.$$

$$\text{Радиус описанной окружности равен } \frac{BC}{2 \sin \angle BAC} = \sqrt{31}.$$

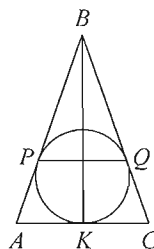
Ответ:  $\sqrt{31}$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 В треугольник  $ABC$  вписана окружность, касающаяся сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  в точках  $P$ ,  $Q$  и  $K$  соответственно. Известно, что  $BK$  — медиана треугольника. Докажите, что прямые  $PQ$  и  $AC$  параллельны.

Доказательство.

По свойству отрезков касательных, проведённых из одной точки, имеем  $PA = AK$ ,  $KC = CQ$ ,  $PB = QB$ . Значит, треугольники  $ABC$  и  $PBQ$  равнобедренные с общим углом  $ABC$ , противолежащим основаниям. Поэтому  $\angle BAC = \angle BPQ$  и прямые  $PQ$  и  $AC$  параллельны.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы
2	Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

- 26 На стороне  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  выбрана точка  $K$ . Отрезки  $AK$  и  $BD$  пересекаются в точке  $P$ . Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 24, а площадь четырёхугольника  $PKCD$  равна 10. Найдите площадь треугольника  $APD$ .

Решение.

Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны, поэтому их площади равны половине площади параллелограмма  $ABCD$ , то есть 12. Значит, площадь треугольника  $BPK$  равна 2.

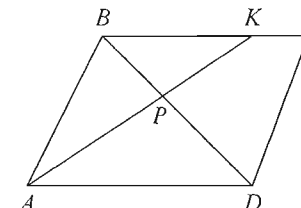
Прямые  $BK$  и  $AD$  параллельны, поэтому  $\angle PAD = \angle PKB$ ,  $\angle PDA = \angle PBK$  и треугольники  $BPK$  и  $APD$  подобны по двум углам. Обозначим через  $k$  коэффициент подобия, тогда  $AP = kKP$ ,  $DP = kBP$ . Значит, площадь треугольника  $ABP$  в  $k$  раз больше площади треугольника  $BPK$ , а площадь треугольника  $APD$  в  $k$  раз больше площади треугольника  $ABP$ . Поскольку площадь треугольника  $ABD$  равна 12, получаем:

$$2k + 2k^2 = 12; 2k^2 + 2k - 12 = 0,$$

откуда находим  $k = 2$ . Таким образом, площадь треугольника  $APD$  равна 8.

Ответ: 8.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Получен верный обоснованный ответ
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
4	Максимальный балл



22.10.2013 22:48:16 Пользователь : Тех770520 Подпись

  
ФГБУ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
ЦЕНТР  
ТЕСТИРОВАНИЯ»

## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

- 21 Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{\sqrt{216} \cdot \sqrt{294}}}{\sqrt{567}}$ .

Решение.

$$\frac{\sqrt{\sqrt{216} \cdot \sqrt{294}}}{\sqrt{567}} = \frac{\sqrt{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7^2}}{\sqrt{3^4 \cdot 7}} = \frac{\sqrt{2^4 \cdot 3^4 \cdot 7^2}}{\sqrt{3^4 \cdot 7}} = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7}}{\sqrt{3^4 \cdot 7}} = \frac{2}{3}.$$

Ответ:  $\frac{2}{3}$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ
1	По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 22 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на вдвое большее число процентов. В результате они стали стоить на 12% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Решение.

Пусть акции стоили  $P$  рублей и подорожали в понедельник на  $x$  процентов. Тогда по условию:

$$P \left( 1 + \frac{x}{100} \right) \left( 1 - 2 \cdot \frac{x}{100} \right) = 0,88P; \quad 1 - \frac{x}{100} - \frac{x^2}{5000} = 0,88; \quad x^2 + 50x - 600 = 0,$$

откуда находим  $x = 10$ .

Ответ: 10%.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Правильно составлено и решено уравнение, получен верный ответ
2	Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учетом решение доведено до ответа
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

- 23 Постройте график функции  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^4 + 2x^3 + x^2}}$  и найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Решение.

Преобразуем выражение, стоящее в знаменателе:

$$\sqrt{x^4 + 2x^3 + x^2} = \sqrt{(x^2 + x)^2} = |x| \cdot |x + 1|.$$

Таким образом, при  $x > -1$  функция принимает вид  $y = \frac{1}{|x|}$ , а при  $x < -1$

функция принимает вид  $y = -\frac{1}{|x|}$ .

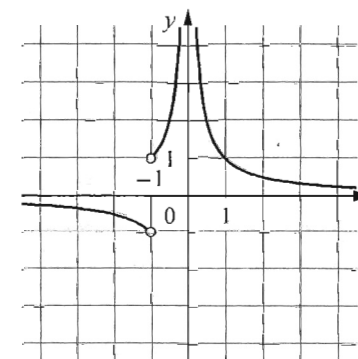


График изображён на рисунке.

Прямая  $y = kx$  имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при  $k \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$ .

Ответ:  $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	График построен верно, верно найдено множество значений параметра
3	График построен верно, множество значений параметра найдено неверно или не найдено
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
4	Максимальный балл

22.10.2013 22:48:16 Пользователь : Тех770520 Подпись

*Маша*  
ФГБУ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
ЦЕНТР  
ТЕСТИРОВАНИЯ»

- 24 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB=5$ ,  $AC=7$  и  $BC=\sqrt{39}$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

Решение.

По теореме косинусов

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC; 39 = 25 + 49 - 70 \cos \angle BAC,$$

$$\text{значит, } \cos \angle BAC = \frac{1}{2}; \angle BAC = 60^\circ.$$

$$\text{Радиус описанной окружности равен } \frac{BC}{2 \sin \angle BAC} = \sqrt{13}.$$

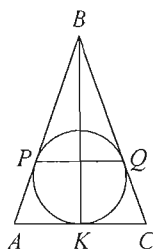
Ответ:  $\sqrt{13}$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 В треугольник  $ABC$  вписана окружность, касающаяся сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  в точках  $P$ ,  $Q$  и  $K$  соответственно. Известно, что  $BK$  — медиана треугольника. Докажите, что прямые  $PQ$  и  $BK$  перпендикулярны.

Доказательство.

По свойству отрезков касательных, проведённых из одной точки, имеем  $PA=AK$ ,  $KC=CQ$ ,  $PB=QB$ . Значит, треугольники  $ABC$  и  $PBQ$  равнобедренные с общим углом  $ABC$ , противолежащим основаниям. Поэтому  $\angle BAC = \angle BPQ$  и прямые  $PQ$  и  $AC$  параллельны. Таким образом, высота  $BK$ , проведённая к основанию  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна прямой  $PQ$ .



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы
2	Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

- 26 На стороне  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  выбрана точка  $K$ . Отрезки  $AK$  и  $BD$  пересекаются в точке  $P$ . Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 80, а площадь четырёхугольника  $PKCD$  равна 31. Найдите площадь треугольника  $APD$ .

Решение.

Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны, поэтому их площади равны половине площади параллелограмма  $ABCD$ , то есть 40. Значит, площадь треугольника  $BPK$  равна 9.

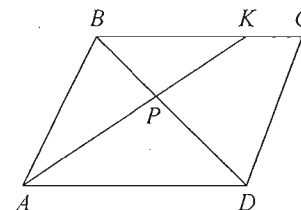
Прямые  $BK$  и  $AD$  параллельны, поэтому  $\angle PAD = \angle PKB$ ,  $\angle PDA = \angle PBK$  и треугольники  $BPK$  и  $APD$  подобны по двум углам. Обозначим через  $k$  коэффициент подобия, тогда  $AP = kKP$ ,  $DP = kBP$ . Значит, площадь треугольника  $ABP$  в  $k$  раз больше площади треугольника  $BPK$ , а площадь треугольника  $APD$  в  $k$  раз больше площади треугольника  $ABP$ . Поскольку площадь треугольника  $ABD$  равна 40, получаем:

$$9k + 9k^2 = 40; 9k^2 + 9k - 40 = 0,$$

$$\text{откуда находим } k = \frac{5}{3}. \text{ Таким образом, площадь треугольника } APD \text{ равна } 25.$$

Ответ: 25.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Получен верный обоснованный ответ
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
4	Максимальный балл



22.10.2013 22:48:16 Пользователь : Тех770520 Подпись

  
ФГБУ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
ЦЕНТР  
ТЕСТИРОВАНИЯ»