

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 8

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1 – A10 и B1 – B3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию A1 – A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1 – B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4 – B11, C1, C2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям B4 – B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырёх заданий (B9, B10, B11, C4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

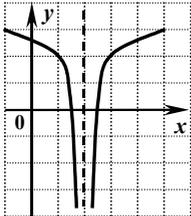
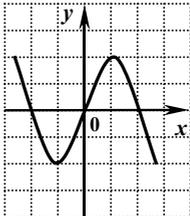
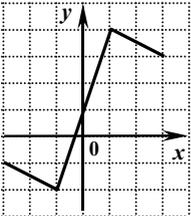
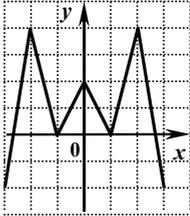
Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "X" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

- A1** Упростите выражение $(-5b^{1,1})^3$.
- 1) $-125b^{3,3}$ 2) $-15b^{4,1}$ 3) $15b^{4,1}$ 4) $125b^{3,3}$
- A2** Вычислите: $\sqrt[3]{216 \cdot 0,125}$.
- 1) 1,5 2) 6,5 3) 3 4) 18
- A3** Вычислите: $\log_6 180 - \log_6 5$.
- 1) 30 2) 2 3) 3 4) 6
- A4** На одном из следующих рисунков изображен график четной функции. Укажите этот рисунок.
- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) 

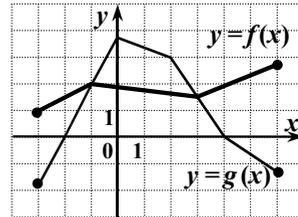
A5 Найдите производную функции $f(x) = x^5 - \cos x$.

- 1) $f'(x) = \frac{x^6}{6} + \sin x$
- 2) $f'(x) = 5x^4 - \sin x$
- 3) $f'(x) = 5x^4 + \sin x$
- 4) $f'(x) = \frac{x^6}{6} - \sin x$

A6 Найдите множество значений функции $y = \left(\frac{1}{8}\right)^x + 1$.

- 1) $(-\infty; +\infty)$
- 2) $(0; 1)$
- 3) $[1; +\infty)$
- 4) $(1; +\infty)$

A7 На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3; 6]$. Укажите те значения x , для которых выполняется неравенство $f(x) \leq g(x)$.



- 1) $[-2; 4]$
- 2) $[-1; 3]$
- 3) $[-3; -2] \cup [4; 6]$
- 4) $[-3; -1] \cup [3; 6]$

A8 Решите неравенство $\frac{5x-15}{(x+6)(x-8)} > 0$.

- 1) $(-\infty; 6) \cup (3; 8)$
- 2) $(-\infty; -6) \cup (-6; 3)$
- 3) $(-6; 3) \cup (8; +\infty)$
- 4) $(3; 8) \cup (8; +\infty)$

A9 Решите уравнение $\operatorname{tg} 4x = -1$.

- 1) $-\frac{\pi}{16} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
- 2) $-\frac{\pi}{16} + \frac{\pi}{4}n, \quad n \in \mathbb{Z}$
- 3) $-\frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
- 4) $-\pi + 4\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

A10 Решите неравенство $3^{5x+11} \geq 9$.

- 1) $[-1,8; +\infty)$
- 2) $[-2; +\infty)$
- 3) $(-\infty; -1,8]$
- 4) $(-\infty; -2]$

Ответом на задания В1 – В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{576}}{\sqrt[3]{9}}$.

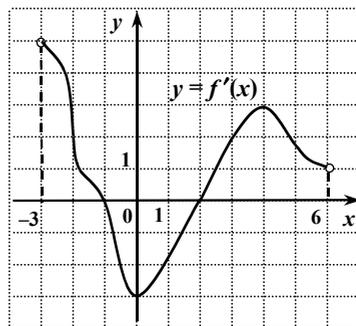
B2 Решите уравнение $4 \cdot 3^{\log_3 x} = 6,3 - 5x$.

B3 Найдите значение выражения $\sqrt{11} \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{11}}$, $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

ЧАСТЬ 2

B4 Решите уравнение $\sqrt[3]{11x-2} + 3\sqrt[3]{11x-2} - 10 = 0$.
(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

B5 Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(-3; 6)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку максимума функции $y=f(x)$ на промежутке $(-3; 6)$.



B6 Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{4}}(2\sqrt{2}-\sqrt{6}) + \log_{\frac{1}{4}}(2\sqrt{2}+\sqrt{6})$.

B7 Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{3,6 + \sqrt{25 - x^2}}{25 - 5^x} > 0.$$

B8 Функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На промежутке $[-5; 0)$ она задается формулой $f(x) = 1 - |x + 2|$. Найдите значение выражения $2f(16) - 3f(-11)$.

***B9** Объемы ежегодной добычи нефти первой, второй и третьей скважинами относятся как 4 : 5 : 7. Планируется уменьшить годовую добычу нефти из первой скважины на 7% и из второй – тоже на 7%. На сколько процентов нужно увеличить годовую добычу нефти из третьей скважины, чтобы суммарный объем добываемой за год нефти не изменился?

***B10** Высота цилиндра равна 15, а радиус равен 2. На окружности основания отмечены точки A, B и C так, что $AB = 2\sqrt{3}$, $CA = CB$ и $\angle ACB < 90^\circ$. Отрезок CC_1 – образующая цилиндра. Найдите тангенс угла между плоскостью основания и плоскостью ABC_1 .

***B11** Точка M лежит на стороне CD параллелограмма $ABCD$ так, что $CM : MD = 2 : 3$. Прямая AM пересекает луч BC в точке T , а площадь треугольника CTM равна 8. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

C1 Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 32(0,5x + 3)^2 - (0,5x + 3)^4$ при $|x + 7| \leq 3$.

C2 Найдите все значения x , при каждом из которых выражения $\frac{\sin x}{\operatorname{tg}^3 \frac{x}{2}}$ и $\frac{\cos^4 \frac{x}{4} - \sin^4 \frac{x}{4}}{\operatorname{tg}^3 \frac{x}{2}}$ принимают равные значения.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3 – C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $\frac{(4 \sin \sqrt{x-8} - 3) - a}{a - (\log_2 x + 7\sqrt{2} \cdot \log_x 2 - 5)} \leq 0$ не имеет решений.

***C4** Дан конус с вершиной M , радиус основания которого равен $2\sqrt{3}$. В основание этого конуса вписан четырехугольник $ABCD$ так, что углы $\angle BMA, \angle CMB, \angle DMC, \angle AMD$ равны 60° каждый. На дуге BC окружности основания конуса, не содержащей точки A , выбрана точка F так, что объем пирамиды $MABFCD$ наибольший. Найдите расстояние от точки F до плоскости MAB .

C5 Для чисел a_1, a_2, \dots, a_{23} верны равенства $a_{n+1} = f(a_n)$, $n = 1, 2, \dots, 22$. Найдите $a_4 + a_6$, если известно, что $a_{23} = 0$, а

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+8}{x-2}, & \text{если } x < 2 \\ \sqrt[3]{\frac{x-3}{x+6}} + \sqrt{\frac{12x-23}{3x-2}}, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

