

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 60

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1 – A10 и B1 – B3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию A1 – A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1 – B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4 – B11, C1, C2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям B4 – B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырех заданий (B9, B10, B11, C4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

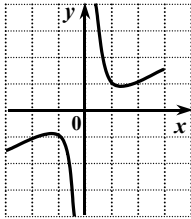
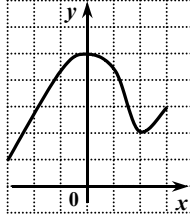
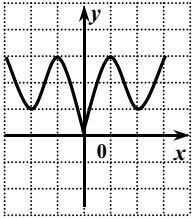
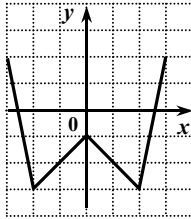
Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "X" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

- A1** Упростите выражение $(-6n^{1,3})^2$.
- 1) $-12n^{3,3}$ 2) $36n^{2,6}$ 3) $-36n^{2,6}$ 4) $12n^{3,3}$
- A2** Вычислите: $\sqrt[3]{8 \cdot 0,064}$.
- 1) 0,16 2) 0,8 3) 2,4 4) 0,008
- A3** Вычислите: $\log_6 180 - \log_6 5$.
- 1) 30 2) 2 3) 3 4) 6
- A4** На одном из следующих рисунков изображен график нечетной функции. Укажите этот рисунок.
- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) 

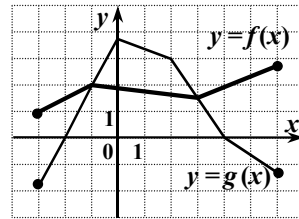
A5 Найдите производную функции $f(x) = 3x^5 - \cos x$.

- 1) $f'(x) = 15x^4 - \cos x$
- 2) $f'(x) = 15x^4 + \cos x$
- 3) $f'(x) = 15x^4 - \sin x$
- 4) $f'(x) = 15x^4 + \sin x$

A6 Найдите множество значений функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3$.

- 1) $(0; +\infty)$
- 2) $[3; +\infty)$
- 3) $(3; +\infty)$
- 4) $(-\infty; +\infty)$

A7 На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3; 6]$. Укажите те значения x , для которых выполняется неравенство $f(x) \leq g(x)$.



- 1) $[-2; 4]$
- 2) $[-1; 3]$
- 3) $[-3; -2] \cup [4; 6]$
- 4) $[-3; -1] \cup [3; 6]$

A8 Решите неравенство $\frac{5x-15}{(x+6)(x-8)} > 0$.

- 1) $(-\infty; 6) \cup (3; 8)$
- 2) $(-\infty; -6) \cup (-6; 3)$
- 3) $(-6; 3) \cup (8; +\infty)$
- 4) $(3; 8) \cup (8; +\infty)$

A9 Решите уравнение $\operatorname{tg} 5x = \sqrt{3}$.

- 1) $\frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z}$
- 2) $\frac{5\pi}{3} + 5\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 3) $\frac{\pi}{15} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 4) $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

A10 Решите неравенство $16^{2x+7} \leq 4$.

- 1) $(-\infty; -1,5]$
- 2) $(-\infty; -3,25]$
- 3) $[-3,25; +\infty)$
- 4) $(-\infty; -3]$

Ответом на задания B1 – B11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{320}}{4\sqrt[3]{5}}$.

B2 Решите уравнение $2 \cdot 11^{\log_{11} x} = 2,7 - 7x$.

B3 Найдите значение выражения $\sqrt{11} \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{11}}$, $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

ЧАСТЬ 2

B4 Решите уравнение $\sqrt{5x+6} + 2\sqrt[4]{5x+6} - 15 = 0$.
(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

B5 Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(-6; 3)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку максимума функции $y=f(x)$ на промежутке $(-6; 3)$.

B6 Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{3}}(3\sqrt{3} - \sqrt{18}) + \log_{\sqrt{3}}(3\sqrt{3} + \sqrt{18})$.

B7 Найдите количество целочисленных решений неравенства $\frac{3,6 + \sqrt{25 - x^2}}{25 - 5^x} > 0$.

B8 Функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На промежутке $(-1; 4]$ она задается формулой $f(x) = 2 - |x - 1|$. Найдите значение выражения $3f(15) - 2f(-17)$.

***B9** Набор химических реактивов состоит из трех веществ. Массы первого, второго и третьего веществ в этом наборе относятся как 5:8:12. Массу первого вещества увеличили на 8%, а второго – на 4%. На сколько процентов надо уменьшить массу третьего вещества, чтобы масса всего набора не изменилась?

***B10** Радиус основания цилиндра равен 9, высота цилиндра равна 28. В окружность основания вписан остроугольный треугольник ABC такой, что $BC = 4\sqrt{14}$ и $AB = AC$. Отрезки AA_1 и BB_1 – образующие цилиндра. Найдите тангенс угла между плоскостью CBB_1 и плоскостью BA_1C .

***B11** Вершина B параллелограмма $ABCD$ соединена с точкой P на стороне CD . Отрезок BP пересекает диагональ AC в точке E . Площадь треугольника BCE равна 9, а площадь треугольника CPE равна 6. Найдите площадь параллелограмма.

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

C1 Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 18(0,5x - 2)^2 - (0,5x - 2)^4$ при $|x - 5| \leq 3$.

C2 Найдите все значения x , при каждом из которых выражения $\frac{\sin 4x}{\operatorname{tg}^4 2x}$ и $\frac{\sqrt{2} \sin^4 x - \sqrt{2} \cos^4 x}{\operatorname{tg}^4 2x}$ принимают равные значения.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3 – C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $\frac{a - (\log_3 x + 2\sqrt{6} \cdot \log_x 3 - 5)}{(3 \sin \sqrt{x - 9} - 4) - a} \leq 0$ не имеет решений.

***C4** Дан конус с вершиной M , радиус основания которого равен $2\sqrt{14}$. В основание этого конуса вписан четырехугольник $ABCD$ так, что углы BMA, CMB, DMC, AMD равны α каждый, причем $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{5}$. На дуге BC окружности основания конуса, не содержащей точки A , выбрана точка F так, что объем пирамиды $MABFCD$ наибольший. Найдите расстояние от точки F до плоскости MAB .

C5 Для чисел a_1, a_2, \dots, a_{28} верны равенства $a_{n+1} = f(a_n)$, $n = 1, 2, \dots, 27$. Найдите $a_9 + a_7 - a_6$, если известно, что $a_{28} = 0$, а

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x-3}{x-3}, & \text{если } x < 3 \\ \sqrt[5]{\frac{x-4}{x-2}} + \sqrt{\frac{27x-17}{3x+7}}, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$$

