Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 60

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (А1 – А10 и В1 – В3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию А1 – А10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям В1 – В3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (В4 – В11, С1, С2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям В4 – В11 надо дать краткий ответ, к заданиям С1 и С2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (С3, С5) и одно – геометрическое (С4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырех заданий (В9, В10, В11, С4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1 – А10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "×" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1 Упростите выражение $\left(-6n^{1,3}\right)^2$.

1) $-12n^{3,3}$ 2) $36n^{2,6}$ 3) $-36n^{2,6}$ 4) $12n^{3,3}$

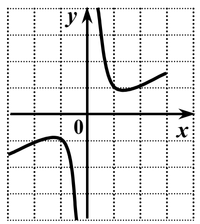
А2 Вычислите: $\sqrt[3]{8\cdot 0,064}$.

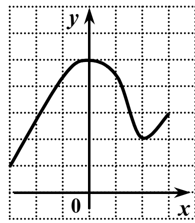
1) 0,16 2) 0,8 3) 2,4 4) 0,008

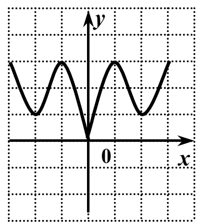
А3 Вычислите: $\log_6 180-\log_6 5$.

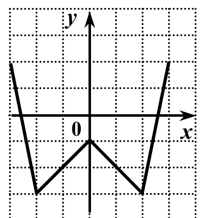
1) 30 2) 2 3) 3 4) 6

А4 На одном из следующих рисунков изображен график нечетной функции. Укажите этот рисунок.

1) 

2) 

3) 

4) 

A5 Найдите производную функции $f(x) = 3x^5 - \cos x$.

1) $f'(x) = 15x^4 - \cos x$

2) $f'(x) = 15x^4 + \cos x$

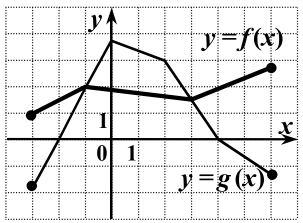
3) $f'(x) = 15x^4 - \sin x$

4) $f'(x) = 15x^4 + \sin x$

A6 Найдите множество значений функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3$.

1) $(0;\ +\infty)$ 2) $[3;\ +\infty)$ 3) $(3;\ +\infty)$ 4) $(-\infty;\ +\infty)$

A7 На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3;\ 6]$. Укажите те значения x, для которых выполняется неравенство $f(x) \le g(x)$.



1) $[-2;\ 4]$

2) $[-1;\ 3]$

3) $[-3;\ -2] \cup [4;\ 6]$

4) $[-3;\ -1] \cup [3;\ 6]$

A8 Решите неравенство $\dfrac{5x-15}{(x+6)(x-8)} > 0$.

1) $(-\infty;\ 6) \cup (3;\ 8)$
2) $(-\infty;\ -6) \cup (-6;\ 3)$
3) $(-6;\ 3) \cup (8;\ +\infty)$
4) $(3;\ 8) \cup (8;\ +\infty)$

A9 Решите уравнение $\operatorname{tg} 5x = \sqrt{3}$.

1) $\frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{5}n,\quad n \in Z$
2) $\frac{5\pi}{3} + 5\pi n,\quad n \in Z$
3) $\frac{\pi}{15} + \pi n,\quad n \in Z$
4) $\frac{\pi}{3} + \pi n,\quad n \in Z$

A10 Решите неравенство $16^{2x+7} \le 4$.

1) $(-\infty;\ -1{,}5]$
2) $(-\infty;\ -3{,}25]$
3) $[-3{,}25;\ +\infty)$
4) $(-\infty;\ -3]$

Ответом на задания B1 – B11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Вычислите: $\dfrac{\sqrt[3]{320}}{4\sqrt[3]{5}}$.

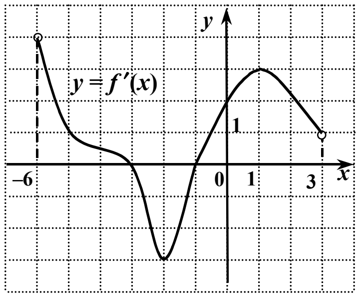
B2 Решите уравнение $2 \cdot 11^{\log_{11} x} = 2{,}7 - 7x$.

B3 Найдите значение выражения $\sqrt{11}\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \sqrt{\frac{2}{11}}$, $\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi$.

ЧАСТЬ 2

B4 Решите уравнение $\sqrt{5x+6}+2\sqrt[4]{5x+6}-15=0$.
(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

B5 Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(-6;\ 3)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку максимума функции $y=f(x)$ на промежутке $(-6;\ 3)$.



B6 Найдите значение выражения
$\log_{\sqrt{3}}\left(3\sqrt{3}-\sqrt{18}\right)+\log_{\sqrt{3}}\left(3\sqrt{3}+\sqrt{18}\right)$.

B7 Найдите количество целочисленных решений неравенства
$$\frac{3{,}6+\sqrt{25-x^2}}{25-5^x}>0.$$

B8 Функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На промежутке $(-1;\ 4]$ она задается формулой $f(x)=2-|x-1|$. Найдите значение выражения $3f(15)-2f(-17)$.

***B9** Набор химических реактивов состоит из трех веществ. Массы первого, второго и третьего веществ в этом наборе относятся как $5:8:12$. Массу первого вещества увеличили на 8%, а второго – на 4%. На сколько процентов надо уменьшить массу третьего вещества, чтобы масса всего набора не изменилась?

***B10** Радиус основания цилиндра равен 9, высота цилиндра равна 28. В окружность основания вписан остроугольный треугольник ABC такой, что $BC=4\sqrt{14}$ и $AB=AC$. Отрезки AA_1 и BB_1 – образующие цилиндра. Найдите тангенс угла между плоскостью CBB_1 и плоскостью BA_1C.

***B11** Вершина B параллелограмма $ABCD$ соединена с точкой P на стороне CD. Отрезок BP пересекает диагональ AC в точке E. Площадь треугольника BCE равна 9, а площадь треугольника CPE равна 6. Найдите площадь параллелограмма.

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

C1 Найдите наибольшее значение функции
$f(x)=18(0{,}5x-2)^2-(0{,}5x-2)^4$ при $|x-5|\le 3$.

C2 Найдите все значения x, при каждом из которых выражения
$\dfrac{\sin 4x}{\operatorname{tg}^4 2x}$ и $\dfrac{\sqrt{2}\sin^4 x-\sqrt{2}\cos^4 x}{\operatorname{tg}^4 2x}$ принимают равные значения.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания С3 – С5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3 Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство
$$\frac{a-\left(\log_3 x+2\sqrt{6}\cdot\log_x 3-5\right)}{\left(3\sin\sqrt{x-9}-4\right)-a}\le 0$$
не имеет решений.

***C4** Дан конус с вершиной M, радиус основания которого равен $2\sqrt{14}$. В основание этого конуса вписан четырехугольник $ABCD$ так, что углы BMA, CMB, DMC, AMD равны α каждый, причем $\sin\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{3}{5}$. На дуге BC окружности основания конуса, не содержащей точки A, выбрана точка F так, что объем пирамиды $MABFCD$ наибольший. Найдите расстояние от точки F до плоскости MAB.

C5 Для чисел $a_1, a_2, \ldots, a_{28}$ верны равенства $a_{n+1}=f(a_n)$, $n=1,2,\ldots,27$. Найдите $a_9+a_7-a_6$, если известно, что $a_{28}=0$, а
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x-3}{x-3}, & \text{если } x<3\\ \sqrt[5]{\dfrac{x-4}{x-2}}+\sqrt{\dfrac{27x-17}{3x+7}}, & \text{если } x\ge 3\end{cases}.$$