Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 51

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (А1 – А10 и В1 – В3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию А1 – А10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям В1 – В3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (В4 – В11, С1, С2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям В4 – В11 надо дать краткий ответ, к заданиям С1 и С2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (С3, С5) и одно – геометрическое (С4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырех заданий (В9, В10, В11, С4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

© 2008 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации
Копирование **не допускается**

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1 – А10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "×" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1 Упростите выражение $2{,}5\,d^{-0{,}5}\cdot 4\,d^{4{,}5}$.

1) $10\,d^{4}$ 2) $6{,}5\,d^{4}$ 3) $6{,}5\,d^{-2{,}25}$ 4) $10\,d^{-2{,}25}$

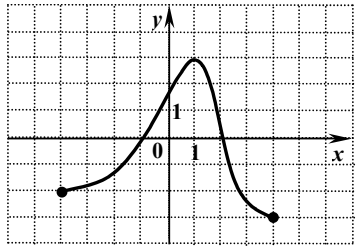
А2 Вычислите: $\dfrac{\sqrt{540}}{\sqrt{15}}$.

1) $\sqrt{180}$ 2) $\sqrt{108}$ 3) 36 4) 6

А3 Вычислите: $\log_6 180-\log_6 5$.

1) 30 2) 2 3) 3 4) 6

А4 Функция задана графиком. На каком из указанных промежутков она убывает?



1) $[-4;\ -1]$
2) $[-4;\ 0]$
3) $[0;\ 4]$
4) $[1;\ 4]$

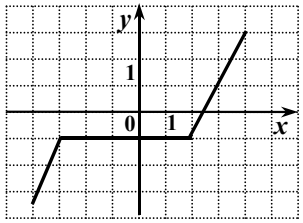
А5 Найдите производную функции $y=-2e^{x}-6x^{2}$.

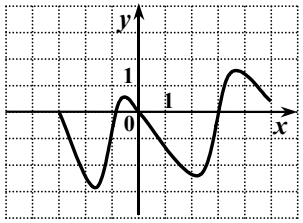
1) $y'=-2xe^{x-1}-12x$
2) $y'=-2e^{x}-12x$
3) $y'=-2e^{x}-2x^{3}$
4) $y'=-2xe^{x-1}+2x^{3}$

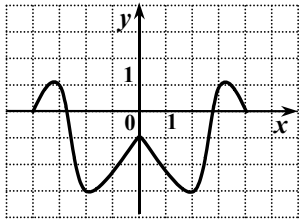
A6 Найдите множество значений функции $y = -5 + \cos 3x$.

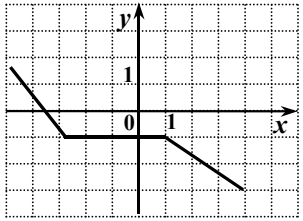
1) $[-3;\ 3]$ 2) $[-8;\ -2]$ 3) $[-6;\ -4]$ 4) $[-8;\ 8]$

A7 Укажите рисунок, на котором изображен график функции, принимающей на промежутке $(-3;\ 3)$ только отрицательные значения.

1)


2)


3)


4)


A8 Решите неравенство $\dfrac{5x-15}{(x+6)(x-8)} > 0.$

1) $(-\infty;\ 6) \cup (3;\ 8)$
2) $(-\infty;\ -6) \cup (-6;\ 3)$
3) $(-6;\ 3) \cup (8;\ +\infty)$
4) $(3;\ 8) \cup (8;\ +\infty)$

A9 Решите уравнение $\cos x - 1 = 0.$

1) $\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n,\ \ n \in Z$
2) $\dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ \ n \in Z$
3) $\pi n,\ \ n \in Z$
4) $2\pi n,\ \ n \in Z$

A10 Найдите область определения функции $y = \sqrt{3^{10x-1} - 9}$.

1) $[3\frac{1}{3};\ +\infty)$ 2) $[0{,}3;\ +\infty)$ 3) $(0{,}3;\ +\infty)$ 4) $(-\infty;\ 0{,}3]$

Ответом на задания B1 – B11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Найдите значение выражения 7^{a+1}, если $7^a = 1{,}3$.

B2 Решите уравнение $\log_7 x = \log_7 9 + \log_7 2$.

B3 Найдите значение выражения $\sqrt{11}\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \sqrt{\dfrac{2}{11}}$, $\dfrac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi$.

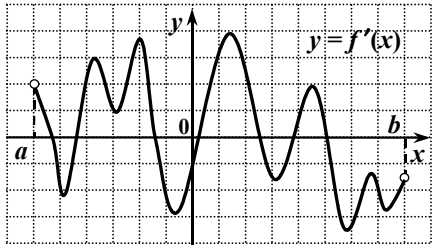
ЧАСТЬ 2

B4 Решите уравнение $3^x - 26 \cdot \left(\sqrt{3}\right)^x - 27 = 0$.

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите их произведение.)

B5 Вычислите значение выражения $5^{\log_5 2{,}5} + 144^{\log_{12}\sqrt{3}}$.

B6 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(a;\ b)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите число точек максимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(a;\ b)$.



© 2008 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации
Копирование **не допускается**

B7 Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{-x^2-2x+8}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\pi x}{4}}\geq 0.$$

B8 Функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 4. На промежутке $[-4;\,0)$ она задается формулой $f(x)=x^2+2x-1$. Найдите значение выражения $3f(-20)+4f(21)$.

***B9** Два маляра, работая вместе, могут за 1 ч покрасить стену площадью 40 м^2. Первый маляр, работая отдельно, может покрасить 50 м^2 стены на 4 ч быстрее, чем второй покрасит 90 м^2 такой же стены. За сколько часов первый маляр сможет покрасить 100 м^2 стены?

***B10** Основание прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелограмм $ABCD$, в котором $AB=8\sqrt{3}$, $\angle BAD=120^\circ$. Высота призмы равна 6. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью ADC_1.

***B11** Дан ромб $ABCD$ с острым углом C. Его сторона равна $3\sqrt{2}$, а косинус угла C равен $\frac{1}{3}$. Высота BT пересекает диагональ AC в точке K. Найдите длину отрезка KT.

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

C1 Найдите наибольшее значение функции
$f(x)=4(2x+4)^4-(2x+4)^5$ при $|x+2|\leq 1$.

C2 Найдите все значения x, при каждом из которых выражения
$8x\log_5\sqrt{4-x}+x^2\log_{\frac{1}{5}}(4-x)$ и x^2-4x принимают равные значения.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3 – C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3 Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство

$$\frac{a-\left(2^x+2\sqrt{5}\cdot 2^{-x}-6\right)}{\left(3\sin\sqrt{x-1}-5\right)-a}\leq 0$$ не имеет решений.

***C4** Дан конус с вершиной M, радиус основания которого равен $2\sqrt{2}$. На окружности его основания выбраны точки A, B, C так, что углы BMA, AMC, CMB равны 90° каждый. Точка F выбрана на дуге BC окружности основания конуса, не содержащей точки A, так, что объем пирамиды $MABFC$ наибольший. Найдите расстояние от точки F до плоскости MAB.

C5 Для чисел $a_1, a_2, \ldots, a_{33}$ верны равенства $a_{n+1}=f(a_n)$, $n=1,2,\ldots,32$. Найдите $a_{15}-a_{14}$, если известно, что $a_{33}=0$, а

$$f(x)=\begin{cases}4+\dfrac{24}{x-4}, & \text{если } x<4\\[2mm] 3-\dfrac{16}{x}+\log_3\left(9-\dfrac{80}{x+5}\right), & \text{если } x\geq 4\end{cases}.$$

© 2008 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации
Копирование **не допускается**