

Тренировочная работа №4
по МАТЕМАТИКЕ

8 апреля 2011 года

9 класс

Вариант № 1 (традиционная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5.

На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено – на неё отводится 90 мин; по истечении этого времени ответы на задания первой части работы сдаются.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком номер выбранного ответа;
- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;
- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 ~~2~~) 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = -3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

Часть 1

- 1 Найдите значение выражения $\frac{a-b}{c}$ при $a = 5$; $b = 13$, 4 ; $c = 4$, 8 .

Ответ:

- 2 Человек на отрезке S метров делает n шагов. По какой формуле можно рассчитать длину шага x ?

1) $x = \frac{S}{100n}$ 2) $x = \frac{S}{n}$ 3) $x = \frac{100S}{n}$ 4) $x = 100Sn$

- 3 Представьте выражение $\frac{x^4}{x \cdot x^{-6}}$ в виде степени с основанием x .

1) x^{-3} 2) x^9 3) x^3 4) x^{-2}

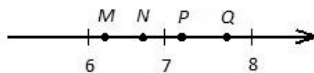
- 4 Какое из следующих выражений тождественно равно произведению $-3b(b+1)$?

1) $-3b \cdot (b-1)$ 2) $3b \cdot (1-b)$ 3) $3b \cdot (-b-1)$ 4) $3b \cdot (b+1)$

- 5 Упростите выражение $(2a^2 - 2b^2) : (\frac{b}{a} - \frac{a}{b})$.

Ответ:

- 6 Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{39}$. Какая это точка?



1) M 2) P 3) Q 4) N

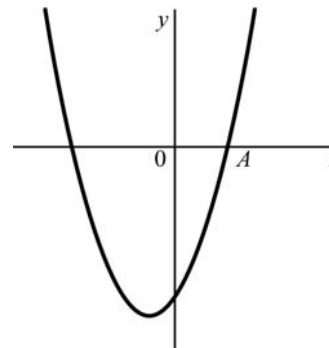
- 7 Стоимость курсов иностранного языка на человека 5500р. Группе от трех до восьми человек скидка 10%, более восьми человек – скидка 12%. Какова стоимость обучения 6 человек.

1) 33000 р. 2) 3300 р. 3) 29700 р. 4) 27900 р.

- 8 Численность населения Мексики составляет $1,1 \cdot 10^8$ человек, а численность населения Алжира 35 млн. человек, во сколько раз численность населения Мексики превышает численность населения Алжира?

1) Примерно в 30 раз 2) Примерно в 20 раз
3) Примерно в 35 раз 4) Примерно в 3 раза

- 9 На рисунке изображен график функции $y = 2x^2 + 3x - 9$, найдите абсциссу точки А.



Ответ:

- 10 Решите систему уравнений: $\begin{cases} 4x - 3y = 7, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$

Ответ:

- 11 Прочитайте задачу.

Катер отправился в город, находящийся на расстоянии 70 км, в 7 часов утра. После 4 часовой стоянки в городе он отправился обратно и прибыл домой в 23 часа. Найдите скорость течения реки, если скорость катера в стоячей воде 10км/ч.

Обозначьте буквой x скорость течения реки (км/ч) и составьте уравнение по условию задачи.

1) $\frac{70}{10-x} + \frac{70}{10+x} = 12$ 2) $\frac{70}{x+10} + \frac{70}{x-10} = 12$
3) $12(x+10) + 4(x-10) = 140$ 4) $12(10-x) + 4(10+x) = 140$

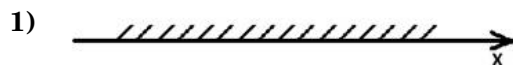
- 12) Какое из следующих неравенств следует из неравенства $n > m + 5$?
- 1) $2n > 5m + 2$ 2) $n < m + 5$ 3) $2n > 2m + 10$ 4) $-n > -m - 5$

13) Для каждого неравенства укажите множество его решений.

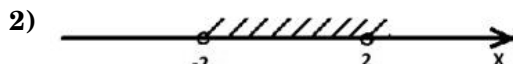
НЕРАВЕНСТВО

РЕШЕНИЕ

А) $x^2 + 4 > 0$



Б) $x^2 - 4 > 0$



В) $x^2 - 4 < 0$

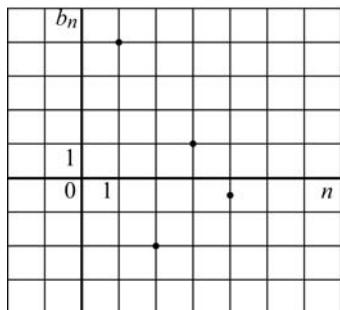


4) нет решений

Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

14) Члены последовательности можно изображать точками на координатной плоскости. Для этого на горизонтальной оси откладывают номер члена, а по вертикальной – соответствующий член последовательности. На рисунке изображены точками первые 4 члена геометрической прогрессии (b_n) . Найдите b_1 и q .

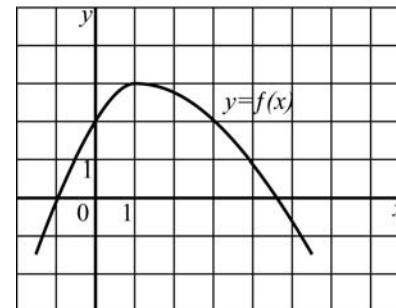


Ответ:

15) Какая из прямых НЕ пересекает график функции $y = \frac{4}{x}$?

- 1) $y = -4x$ 2) $y = 4$ 3) $y = -4$ 4) $y = 4x$

16) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-1, 5; 5, 5]$. Из приведенных ниже утверждений выберите неверные.



- 1) $f(-1) = 0$
- 2) функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение при $x = 2$
- 3) функция $y = f(x)$ убывает на промежутке $[0; 5, 5]$
- 4) $f(x) > 0$ при $-1 < x < 4$

Ответ:

17) Из 35 учащихся музыкальной школы 8 человек занимаются вокалом, 12 человек играют на фортепиано, 8 человек играют на духовых инструментах, остальные занимаются хореографией. Какова вероятность, что наугад выбранный ученик не занимается хореографией.

Ответ:

18) Игрок в боулинг сделал 5 бросков и выбил 8, 9, 7, 10, 6 кеглей. Найдите среднее арифметическое этого ряда чисел.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 | Решите уравнение $(6 - 5x)(3x + 2) = (5x - 6)^2$.

20 | Решите неравенство $(2,6 - \sqrt{7})(36 - x^2) < 0$.

21 | В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 90, а сумма второго и третьего членов равна 72. Найдите эти три члена прогрессии.

22 | Постройте график функции $y = |x|(x - 3)$. Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямая $y = m$? (Для каждого случая укажите соответствующие значения m .)

23 | Цена товара была дважды снижена на одно и то же число процентов. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 5000 р., а окончательная 4050 р.?

Тренировочная работа №4
по МАТЕМАТИКЕ

8 апреля 2011 года

9 класс

Вариант № 2 (традиционная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено – на неё отводится 90 мин; по истечении этого времени ответы на задания первой части работы сдаются.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком номер выбранного ответа;
- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;
- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 ~~2~~ 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = -3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

Часть 1

1 Найдите значение выражения $\frac{k}{m-n}$ при $k = 2, 1; m = 2, 5; n = 6, 7$.

Ответ:

2 Длина шага человека x см. По какой формуле можно вычислить число шагов n , которые ему надо сделать, чтобы пройти S метров?

- 1) $n = \frac{S}{100x}$ 2) $n = \frac{S}{x}$ 3) $n = 100Sx$ 4) $n = \frac{100S}{x}$

3 Представьте выражение $\frac{x^9}{x^{12} \cdot x^{-6}}$ в виде степени с основанием x .

- 1) x^{-3} 2) x^9 3) x^3 4) x^{-2}

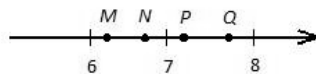
4 Какое из следующих выражений тождественно равно произведению $2a \cdot (a - 5)$?

- 1) $-2a \cdot (a + 5)$ 2) $-2a \cdot (5 - a)$ 3) $-2a \cdot (a - 5)$ 4) $2a \cdot (5 - a)$

5 Упростите выражение $(x^2 - y^2) : (\frac{y}{x} - \frac{x}{y})$.

Ответ:

6 Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{53}$. Какая это точка?



- 1) M 2) P 3) Q 4) N

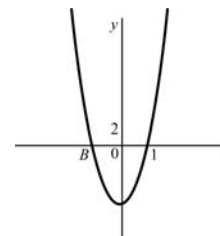
7 Туристическая фирма организует трехдневные автобусные экскурсии. Стоимость экскурсии для одного человека составляет 2500 р. Группам предоставляются скидки: группе от трех до десяти человек – 5%, группе более десяти человек – 10%. Сколько заплатит за экскурсию группа из 16 человек.

- 1) 4000 р. 2) 40000 р. 3) 3600 р. 4) 36000 р.

8 Площадь Франции составляет $6,7 \cdot 10^5$ км², а площадь Финляндии 338424 км², во сколько раз площадь Франции больше площади Финляндии?

- 1) Примерно в 2 раза 2) Примерно в 20 раз
3) Примерно в 0,2 раза 4) Примерно в 25 раз

9 На рисунке изображен график функции $y = 4x^2 + x - 5$, найдите абсциссу точки B .



Ответ:

10 Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2x - 3y = 19, \\ x + 4y = -18. \end{cases}$

Ответ:

11 Прочитайте задачу.

Лодка плыла 6 часов по течению реки и 3 часа против течения. Всего она проплыла 60 км. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Чему равна собственная скорость лодки.

Обозначьте буквой x собственную скорость лодки (км/ч) и составьте уравнение по условию задачи.

- 1) $\frac{x+3}{6} + \frac{x-3}{3} = 60$ 2) $\frac{6}{x+3} + \frac{3}{x-3} = 60$
3) $6(x+3) + 3(x-3) = 60$ 4) $3(x+3) + 6(x-3) = 60$

12 Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $b < c - a$.

- 1) $c - a - b > 0$ 2) $b - c + a > 0$ 3) $b + a < c$ 4) $a < c - b$

13 Для каждого неравенства укажите множество его решений.

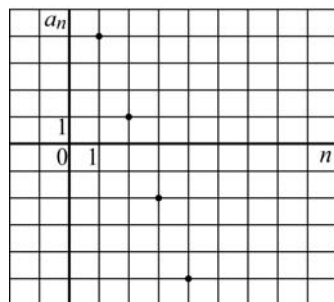
НЕРАВЕНСТВО **РЕШЕНИЕ**

- | | |
|------------------|-------------------------------------|
| А) $x^2 - 9 > 0$ | 1) $(-\infty; +\infty)$ |
| Б) $x^2 + 9 > 0$ | 2) $(-3; 3)$ |
| В) $x^2 - 9 < 0$ | 3) нет решений |
| | 4) $(-\infty; -3) \cup (3; \infty)$ |

Ответ:

А	Б	В

14 Члены последовательности можно изображать точками на координатной плоскости. Для этого на горизонтальной оси откладывают номер члена, а по вертикальной – соответствующий член последовательности. На рисунке изображены точками первые 4 члена арифметической прогрессии (a_n) . Найдите a_1 и d .

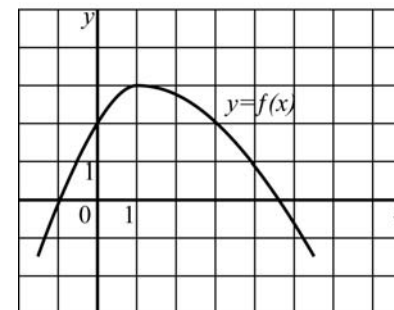


Ответ:

15 Какая из прямых пересекает график функции $y = x^2 - 2x$ в одной точке?

- 1) $y = 2x$ 2) $y = 2$ 3) $y = -2x$ 4) $y = -2$

16 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-1, 5; 5, 5]$. Из приведенных ниже утверждений выберите верное.



- 1) $f(3) = 1$
- 2) $f(x) < 0$ при $x < 1$
- 3) функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение при $x = 4,5$
- 4) функция $y = f(x)$ убывает на промежутке $[2; 5, 5]$

Ответ:

17 Для украшения класса к последнему звонку купили 45 воздушных шаров: 12 красных, 12 синих, 12 желтых, остальные зеленые. Какова вероятность, что первым надуют зеленый шар?

Ответ:

18 Средняя температура в январе -18 градусов, в феврале -15 градусов, в марте -7 градусов, в апреле $+12$ градусов. Найдите среднее арифметическое этого ряда чисел.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 | Решите уравнение $(4 - 5x)^2 = (1 - 10x)(5x - 4)$.

20 | Решите неравенство $(2,4 - \sqrt{6})(25 - x^2) < 0$.

21 | В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 84, а сумма второго и третьего членов равна 63. Найдите эти три члена прогрессии.

22 | Постройте график функции $y = |x|(x + 3)$. Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямая $y = m$? (Для каждого случая укажите соответствующие значения m .)

23 | Цена товара была дважды повышена на одно и то же число процентов. На сколько процентов повышалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 3000 р., а окончательная 3630 р.?

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение $(6 - 5x)(3x + 2) = (5x - 6)^2$.

Решение.

$$(6 - 5x)(3x + 2) = (5x - 6)^2, \quad -(5x - 6)(3x + 2) = (5x - 6)^2,$$

$$(5x - 6)^2 + (5x - 6)(3x + 2) = 0,$$

$$(5x - 6)(5x - 6 + 3x + 2) = 0,$$

$$(5x - 6)(8x - 4) = 0,$$

$$5x - 6 = 0 \text{ или } 8x - 4 = 0,$$

$$x = 1, 2 \quad x = 0, 5$$

Ответ: 0,5; 1,2.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Решите неравенство $(2,6 - \sqrt{7})(36 - x^2) < 0$.

Решение.

$$(2,6 - \sqrt{7})(36 - x^2) < 0.$$

$$\text{Так как } 2,6 = \sqrt{6,76} < \sqrt{7}, \text{ то } 2,6 - \sqrt{7} < 0,$$

$$(\sqrt{7} - 2,6)(x^2 - 36) < 0, \quad x^2 - 36 < 0, \quad x^2 < 36, \quad |x| < 6, \quad -6 < x < 6.$$

Ответ: $-6 < x < 6$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно оценен числовой множитель, при делении обеих частей неравенства на отрицательное число изменен знак неравенства, но при решении равносильного неравенства допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

21 В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 90, а сумма второго и третьего членов равна 72. Найдите эти три члена прогрессии.

Решение.

Пусть (b_n) – искомая геометрическая прогрессия со знаменателем q . Тогда

$$\begin{cases} b_1 + b_2 = 90, \\ b_2 + b_3 = 72; \end{cases} \begin{cases} b_1 + b_1q = 90, \\ b_2 + b_2q = 72; \end{cases} \begin{cases} b_1(1 + q) = 90, \\ b_2(1 + q) = 72. \end{cases}$$

Значит,

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{72}{90} = \frac{4}{5}, \quad b_1 = \frac{90}{1 + q} = \frac{90}{1 + \frac{4}{5}} = 90 \cdot \frac{5}{9} = 50,$$

$$b_2 = b_1 \cdot q = 50 \cdot \frac{4}{5} = 40, \quad b_3 = b_2 \cdot q = 40 \cdot \frac{4}{5} = 32.$$

Ответ: 50; 40; 32.

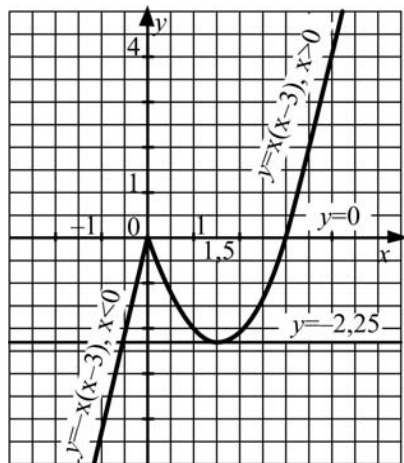
Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 Постройте график функции $y = |x|(x - 3)$. Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямая $y = m$? (Для каждого случая укажите соответствующие значения m .)

Решение.

$$y = |x|(x - 3), y = \begin{cases} x(x - 3), & x \geq 0 \\ -x(x - 3), & x < 0. \end{cases}$$

Следовательно, графиком данной функции при $x \geq 0$ является часть параболы $y = x(x - 3)$, ветви которой направлены вверх, пересекающая ось Ox в точках $(0; 0)$ и $(3; 0)$, и вершиной в точке $(1,5; -2,25)$; при $x < 0$ – часть параболы $y = -x(x - 3)$, ветви которой направлены вниз, проходящая через точки $(0; 0)$ и $(-1; -4)$ (см. рисунок).



Значит, прямая $y = m$ может иметь с графиком исходной функции:

- 1) одну общую точку при $m < -2,25$ и $m > 0$;
- 2) две общие точки при $m = -2,25$ и $m = 0$;
- 3) три общие точки при $-2,25 < m < 0$.

Ответ: прямая $y = m$ может иметь с графиком исходной функции:

- 1) одну общую точку при $m < -2,25$ и $m > 0$;

2) две общие точки при $m = -2,25$ и $m = 0$;

3) три общие точки при $-2,25 < m < 0$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Цена товара была дважды снижена на одно и то же число процентов. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 5000 р., а окончательная 4050 р.?

Решение.

Пусть цена товара дважды снижалась на $x\%$. Тогда после первого снижения товар стал стоить

$$5000 - 0,01x \cdot 5000 = 5000 - 50x(\text{р.}),$$

а после второго снижения –

$$5000 - 50x - 0,01x(5000 - 50x) = 5000 - 100x + 0,5x^2(\text{р.}),$$

что, по условию задачи, составило 4050 р. Поэтому

$$0,5x^2 - 100x + 5000 = 4050, 0,5x^2 - 100x + 950 = 0, 0,1x^2 - 20x + 190 = 0, \\ x_1 = 190, x_2 = 10.$$

Так как, по смыслу задачи, $x < 100$, то $x = 10$.

Ответ: на 10%.

Замечание. Задачу можно решить с помощью свойств геометрической прогрессии.

Пусть в q раз дважды изменялась цена товара. Тогда первоначальная и две последующие стоимости товара образуют геометрическую прогрессию: $b_1 = 5000, b_2 = 5000q, b_3 = 5000q^2$. По условию задачи окончательная стоимость товара 4050 р., поэтому $5000q^2 = 4050, q^2 = 0,81, q = 0,9 (q > 0)$.

Значит, каждый раз цена товара становилась 90% от предыдущей, то есть уменьшалась на 10%.

Ответ: на 10%.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение $(4 - 5x)^2 = (1 - 10x)(5x - 4)$.

Решение.

$$\begin{aligned}(4 - 5x)^2 &= (1 - 10x)(5x - 4), \quad (5x - 4)^2 = (1 - 10x)(5x - 4), \\ (5x - 4)^2 - (1 - 10x)(5x - 4) &= 0, \quad (5x - 4)(5x - 4 - 1 + 10x) = 0, \\ (5x - 4)(15x - 5) &= 0, \\ 5x - 4 = 0 \quad 15x - 5 = 0, \\ x = \frac{4}{5} \quad x = \frac{1}{3}.\end{aligned}$$

Ответ: $\frac{1}{3}; \frac{4}{5}$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Решите неравенство $(2,4 - \sqrt{6})(25 - x^2) < 0$.

Решение.

$$(2,4 - \sqrt{6})(25 - x^2) < 0.$$

Так как $2,4 = \sqrt{5,76} < \sqrt{6}$, то $2,4 - \sqrt{6} < 0$,

$$(\sqrt{6} - 2,4)(x^2 - 25) < 0, \quad x^2 - 25 < 0, \quad x^2 < 25, \quad |x| < 5, \quad -5 < x < 5.$$

Ответ: $-5 < x < 5$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно оценен числовой множитель, при делении обеих частей неравенства на отрицательное число изменен знак неравенства, но при решении равносильного неравенства допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

21 В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 84, а сумма второго и третьего членов равна 63. Найдите эти три члена прогрессии.

Решение.

Пусть (b_n) – искомая геометрическая прогрессия со знаменателем q . Тогда

$$\begin{cases} b_1 + b_2 = 84, \\ b_2 + b_3 = 63; \end{cases} \begin{cases} b_1 + b_1q = 84, \\ b_2 + b_2q = 63; \end{cases} \begin{cases} b_1(1 + q) = 84, \\ b_2(1 + q) = 63. \end{cases}$$

Значит,

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{63}{84} = \frac{3}{4}, \quad b_1 = \frac{84}{1 + q} = \frac{84}{1 + \frac{3}{4}} = 84 \cdot \frac{4}{7} = 48,$$

$$b_2 = b_1 \cdot q = 48 \cdot \frac{3}{4} = 36, \quad b_3 = b_2 \cdot q = 36 \cdot \frac{3}{4} = 27.$$

Ответ: 48; 36; 27.

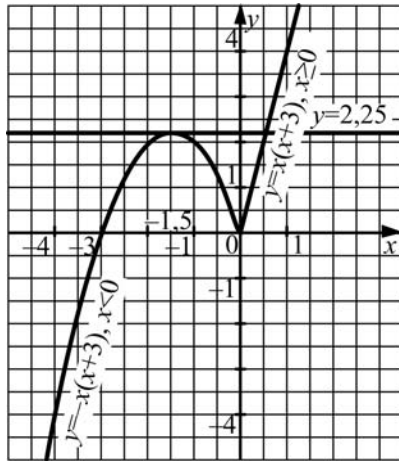
Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 22** Постройте график функции $y = |x|(x+3)$. Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямая $y = m$? (Для каждого случая укажите соответствующие значения m .)

Решение.

$$y = |x|(x+3), y = \begin{cases} x(x+3), & x \geq 0 \\ -x(x+3), & x < 0. \end{cases}$$

Следовательно, графиком данной функции при $x \geq 0$ является часть параболы $y = x(x+3)$, ветви которой направлены вверх, проходящая через точки $(0; 0)$ и $(1; 4)$; при $x < 0$ – часть параболы $y = -x(x+3)$, ветви которой направлены вниз, пересекающая ось Ox в точках $(0; 0)$ и $(-3; 0)$, и вершиной в точке $(-1,5; 2,25)$; (см. рисунок).



Значит, прямая $y = m$ может иметь с графиком исходной функции:

- 1) одну общую точку при $m < 0$ и $m > 2,25$;
- 2) две общие точки при $m = 0$ и $m = 2,25$;
- 3) три общие точки при $0 < m < 2,25$.

Ответ: прямая $y = m$ может иметь с графиком исходной функции:

- 1) одну общую точку при $m < 0$ и $m > 2,25$;
- 2) две общие точки при $m = 0$ и $m = 2,25$;
- 3) три общие точки при $0 < m < 2,25$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 23** Цена товара была дважды повышена на одно и то же число процентов. На сколько процентов повышалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 3000 р., а окончательная 3630 р.?

Решение.

Пусть цена товара дважды повышалась на $x\%$. Тогда после первого повышения товар стал стоить

$$3000 + 0,01x \cdot 3000 = 3000 + 30x \text{ (р.)},$$

а после второго повышения –

$$3000 + 30x + 0,01x(3000 + 30x) = 3000 + 60x + 0,3x^2 \text{ (р.)},$$

что, по условию задачи, составило 3630 р. Поэтому

$$0,3x^2 + 60x + 3000 = 3630, 0,3x^2 + 60x - 630 = 0, 0,1x^2 + 20x - 210 = 0, \\ x_1 = -210, x_2 = 10.$$

Так как, по смыслу задачи, $x > 0$, то $x = 10$.

Ответ: на 10%.

Замечание.

Задачу можно решить с помощью свойств геометрической прогрессии. Пусть в q раз дважды изменялась цена товара. Тогда первоначальная и две последующие стоимости товара образуют геометрическую прогрессию: $b_1 = 3000, b_2 = 3000q, b_3 = 3000q^2$. По условию задачи окончательная стоимость товара 3630 р., поэтому $3000q^2 = 3630, q^2 = 1,21, q = 1,1$ ($q > 0$). Значит, каждый раз цена товара становилась 110% от предыдущей, то есть повышалась на 10%.

Ответ: на 10%.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	-1,75
2	2
3	2
4	3
5	-2ab
6	1
7	3
8	4
9	1,5

№ задания	Ответ
10	(1;-1)
11	1
12	3
13	132
14	4 -0,5
15	1
16	23
17	0,8
18	8

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	-0,5
2	4
3	3
4	2
5	-xy
6	2
7	4
8	1
9	-1,25

№ задания	Ответ
10	(2;-5)
11	3
12	2
13	412
14	4 -3
15	3
16	4
17	0,2
18	-7