

Тренировочная работа №4
по МАТЕМАТИКЕ

12 мая 2011 года

11 класс

Вариант № 1

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (В1–В12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и записать ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

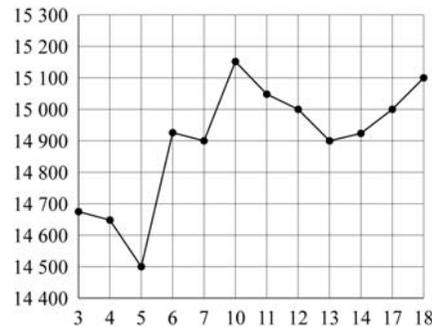
Желаем успеха!

Часть 1

В1 Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 43 поездки. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 755 рублей, а разовая поездка — 19 рублей?

Ответ:

В2 На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



Ответ:

В3 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{4x+17}{5}} = 3$.

Ответ:

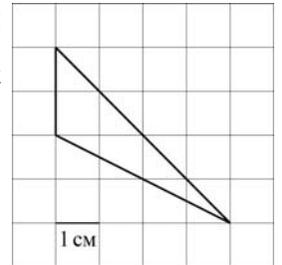
В4 Величины углов треугольника относятся как 1 : 2 : 9. Найдите величину наименьшего угла. Ответ дайте в градусах.

Ответ:

В5 Семья из двух человек едет из Москвы в Ростов-на-Дону. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 2450 рублей. Автомобиль расходует 14 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 1300 километров, а цена бензина равна 26,5 рубля за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на двоих?

Ответ:

В6 На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

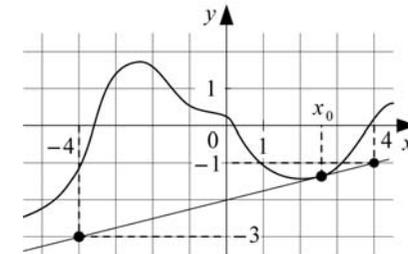


Ответ:

В7 Найдите $\frac{10\sin 4\alpha}{3\cos 2\alpha}$, если $\sin 2\alpha = 0,6$.

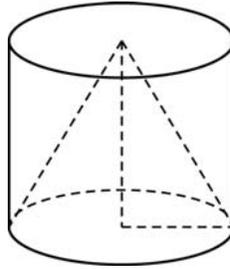
Ответ:

В8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ:

- В9** Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Найдите объём конуса, если объём цилиндра равен 123.



Ответ:

- В10** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 4 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 7 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 12$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,5$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 84 с. Ответ дайте в киловольтах (кВ).

Ответ:

- В11** Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 + 18x^2 + 11$ на отрезке $[-3; 3]$.

Ответ:

- В12** В 2008 году в городе проживало 50000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 5%, а в 2010 году — на 7% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в городе в 2010 году?

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

Решить уравнение $\frac{2\sin^2 x + 3\cos x}{2\sin x - \sqrt{3}} = 0$.

С2

Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , $AB = AC = 5$, $BC = 6$. Высота призмы равна 3. Найдите расстояние от середины ребра B_1C_1 до плоскости BCA_1 .

С3

Решить неравенство $\frac{(x^2 + x)\lg(x^2 + 2x - 2)}{|x - 1|} \geq \frac{\lg(-x^2 - 2x + 2)^2}{x - 1}$.

С4

Расстояние между параллельными прямыми равно 12. На одной из них лежит вершина C , на другой — основание AB равнобедренного треугольника ABC . Известно, что $AB = 10$. Найдите расстояние между центрами окружностей, одна из которых вписана в треугольник ABC , а вторая касается данных параллельных прямых и боковой стороны треугольника ABC .

Тренировочная работа №4
по МАТЕМАТИКЕ

12 мая 2011 года

11 класс

Вариант № 2

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (В1–В12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и записать ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

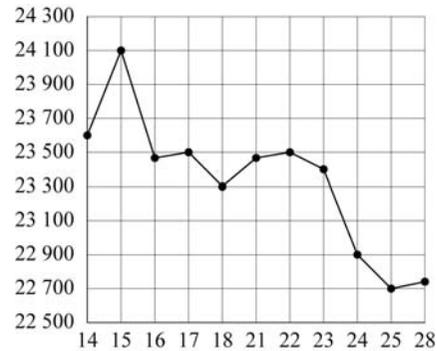
Желаем успеха!

Часть 1

B1 Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 42 поездки. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 755 рублей, а разовая поездка — 21 рубль?

Ответ:

B2 На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 14 по 28 июля 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



Ответ:

B3 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{5x+1}{6}} = 6$.

Ответ:

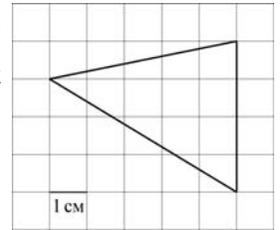
B4 Величины углов треугольника относятся как 1 : 4 : 5. Найдите величину наименьшего угла. Ответ дайте в градусах.

Ответ:

B5 Семья из трех человек едет из Москвы в Чебоксары. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 1080 рублей. Автомобиль расходует 13 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 750 км, а цена бензина равна 26 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

Ответ:

B6 На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

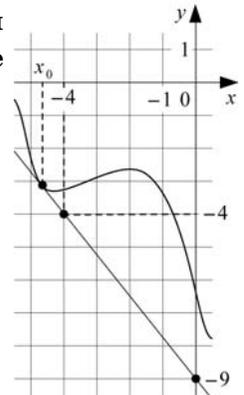


Ответ:

B7 Найдите $\frac{2\sin 6\alpha}{5\cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = -0,5$.

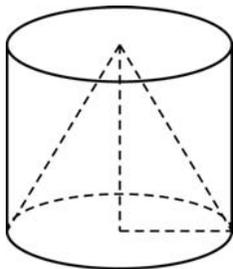
Ответ:

B8 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ:

- В9** Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Найдите объём конуса, если объём цилиндра равен 105.



Ответ:

- В10** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 4 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 28$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,8$ — постоянная.

Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 72 с. Ответ дайте в киловольтах (кВ).

Ответ:

- В11** Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 + 30x^2 + 15$ на отрезке $[-5; 5]$.

Ответ:

- В12** В 2008 году в жилом массиве проживало 30000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 5%, а в 2010 году — на 6% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в жилом массиве в 2010 году?

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

Решить уравнение $\frac{2\cos^2 x - 5\sin x + 1}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.

С2

Основанием прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб $ABCD$, $AB = 10$, $BD = 12$. Высота призмы равна 6. Найдите расстояние от центра грани $A_1 B_1 C_1 D_1$ до плоскости BDC_1 .

С3

Решить неравенство $\frac{(x^2 + x)\log_8(x^2 + 4x - 4)}{|x - 2|} \geq \frac{\log_8(-x^2 - 4x + 4)^6}{x - 2}$.

С4

Расстояние между параллельными прямыми равно 6. На одной из них лежит вершина C , на другой — основание AB равнобедренного треугольника ABC . Известно, что $AB = 16$. Найдите расстояние между центрами окружностей, одна из которых вписана в треугольник ABC , а вторая касается данных параллельных прямых и боковой стороны треугольника ABC .

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 Решить уравнение $\frac{2\sin^2 x + 3\cos x}{2\sin x - \sqrt{3}} = 0$.

Решение:

Левая часть уравнения имеет смысл при $\sin x \neq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Преобразуем уравнение:

$$\frac{-2\cos^2 x + 3\cos x + 2}{2\sin x - \sqrt{3}} = 0; \quad \frac{(2\cos x + 1)(\cos x - 2)}{2\sin x - \sqrt{3}} = 0.$$

Поскольку $\cos x - 2 \neq 0$, получаем:

$$2\cos x + 1 = 0; \quad \cos x = -\frac{1}{2}.$$

Учитывая, что $\sin x \neq \frac{\sqrt{3}}{2}$, находим: $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

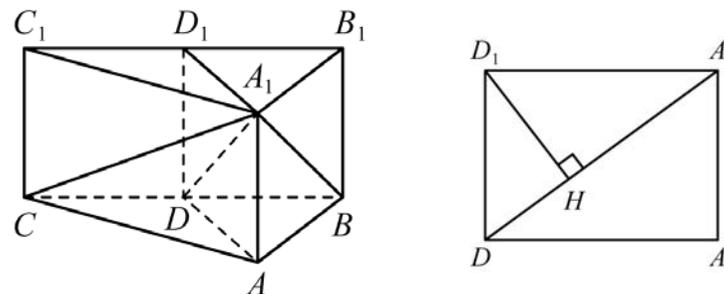
Ответ: $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Верно найдены все значения переменной x , при которых равен нулю числитель, но отбор найденных значений либо не произведен, либо произведен неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

C2 Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , $AB = AC = 5$, $BC = 6$. Высота призмы равна 3. Найдите расстояние от середины ребра B_1C_1 до плоскости BCA_1 .

Решение:

Пусть A_1D_1 — высота треугольника $A_1B_1C_1$, тогда D_1 — середина стороны B_1C_1 . Прямая C_1D_1 параллельна плоскости BCA_1 , поэтому расстояния от точек C_1 и D_1 до плоскости BCA_1 равны. Плоскость AA_1D_1 пересекает плоскость BCA_1 по прямой A_1D , где D — середина отрезка BC . Прямая BC перпендикулярна плоскости AA_1D_1 поскольку перпендикулярна прямым DD_1 и A_1D_1 . Следовательно, плоскости AA_1D_1 и BCA_1 перпендикулярны. Поэтому расстояние от точки D_1 до плоскости BCA_1 равно высоте D_1H прямоугольного треугольника A_1D_1D .



Из условия следует, что $DD_1 = 3$, $C_1D_1 = 3$, $A_1D_1 = \sqrt{A_1C_1^2 - C_1D_1^2} = 4$. Отсюда

$$D_1H = \frac{A_1D_1 \cdot DD_1}{\sqrt{A_1D_1^2 + DD_1^2}} = \frac{4 \cdot 3}{5} = 2,4.$$

Ответ: 2,4.

Содержание критерия	Балл
Обоснованно получен правильный ответ	2
Задача обоснованно сведена к планиметрической, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

С3

Решить неравенство $\frac{(x^2 + x)\lg(x^2 + 2x - 2)}{|x - 1|} \geq \frac{\lg(-x^2 - 2x + 2)^2}{x - 1}$.

Решение.

Преобразуем неравенство:

$$\frac{(x^2 + x)\lg(x^2 + 2x - 2)}{|x - 1|} \geq \frac{2\lg(x^2 + 2x - 2)}{x - 1}$$

Если $x > 1$, то

$$\frac{(x^2 + x - 2)\lg(x^2 + 2x - 2)}{x - 1} \geq 0; \quad \frac{(x - 1)(x + 2)\lg(x^2 + 2x - 2)}{x - 1} \geq 0$$

$$\begin{cases} \lg(x^2 + 2x - 2) \geq 0, \\ x > 1; \end{cases} \begin{cases} x^2 + 2x - 2 \geq 1, \\ x > 1; \end{cases} \begin{cases} (x - 1)(x + 3) \geq 0, \\ x > 1; \end{cases} \quad x > 1.$$

Если $x < 1$, то

$$\frac{(x^2 + x + 2)\lg(x^2 + 2x - 2)}{1 - x} \geq 0; \quad \frac{\lg(x^2 + 2x - 2)}{1 - x} \geq 0;$$

$$\begin{cases} \lg(x^2 + 2x - 2) \geq 0, \\ x < 1; \end{cases} \begin{cases} x^2 + 2x - 2 \geq 1, \\ x < 1; \end{cases} \begin{cases} x^2 + 2x - 3 \geq 0, \\ x < 1; \end{cases} \begin{cases} (x - 1)(x + 3) \geq 0, \\ x < 1; \end{cases} \quad x \leq -3.$$

Ответ: $(-\infty; -3]; (1; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	3
Решение содержит ошибку в решении квадратного неравенства в одном из двух случаев: $x > 1$ или $x < 1$	2
Неравенство решено только в одном из двух случаев: $x > 1$ или $x < 1$; или для обоих случаев получены верные квадратные неравенства относительно x	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

С4

Расстояние между параллельными прямыми равно 12. На одной из них лежит вершина C , на другой — основание AB равнобедренного треугольника ABC . Известно, что $AB = 10$. Найдите расстояние между центрами окружностей, одна из которых вписана в треугольник ABC , а вторая касается данных параллельных прямых и боковой стороны треугольника ABC .

Решение:

Пусть CH — высота треугольника ABC , r и Q — радиус и центр вписанной окружности, $CH = 12$, $AH = 5$, поэтому $AC = 13$. Найдём площадь, полупериметр и радиус вписанной окружности треугольника ABC :

$$S = \frac{CH \cdot AB}{2} = \frac{12 \cdot 10}{2} = 60, \quad p = \frac{1}{2}(AC + AB + CB) = AC + AH = 18.$$

Тогда $r = \frac{S}{p} = \frac{10}{3}$. Кроме того, по теореме Пифагора

$$AQ = \sqrt{AH^2 + QH^2} = \sqrt{25 + \frac{100}{9}} = \frac{5\sqrt{13}}{3}.$$

Пусть окружность с центром в точке O касается боковой стороны AC равнобедренного треугольника ABC и данных параллельных прямых. Радиус этой окружности равен 6, поскольку он вдвое меньше расстояния между прямыми. Точку касания окружности с прямой AB обозначим M .

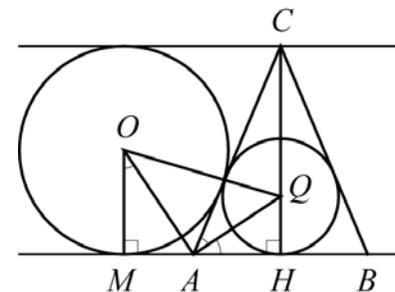


Рис. 1

Пусть точки B и M лежат по разные стороны от точки A (рис. 1). Центр окружности, вписанной в угол, лежит на его биссектрисе, поэтому AO и AQ — биссектрисы смежных углов $\angle MAC$ и $\angle CAB$ соответственно. Значит, угол $\angle OAQ = 90^\circ$, и $\angle MOA = \angle QAH$, поскольку эти углы образованы парами соответственно перпендикулярных прямых. Следовательно, прямоугольные треугольники OMA и AQH подобны с коэффициентом $\frac{OM}{AH} = \frac{6}{5}$. Поэтому

$$OQ = \sqrt{OA^2 + AQ^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{5}AQ\right)^2 + AQ^2} = \sqrt{\frac{36}{25} + 1} \cdot AQ = \frac{\sqrt{61}}{5} \cdot \frac{5\sqrt{13}}{3} = \frac{\sqrt{793}}{3}.$$

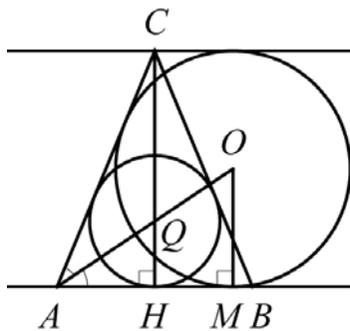


Рис. 2

Пусть точки B и M лежат по одну сторону от точки A (рис. 2). Центр окружности, вписанной в угол, лежит на его биссектрисе, поэтому лучи AO и AQ совпадают и являются биссектрисой угла $\angle MAC$. Значит, прямоугольные треугольники AOM и AQH подобны с коэффициентом $\frac{OM}{QH} = \frac{6}{10} = \frac{9}{5}$. Тогда

$$OQ = AO - AQ = \frac{9}{5}AQ - AQ = \frac{4}{5}AQ = \frac{4}{5} \cdot \frac{5\sqrt{13}}{3} = \frac{4\sqrt{13}}{3}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{793}}{3}; \frac{4\sqrt{13}}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены обе точки пересечения и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна точка пересечения, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна точка пересечения, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 Решить уравнение $\frac{2\cos^2x - 5\sin x + 1}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.

Решение:

Левая часть уравнения имеет смысл при $\cos x \neq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Преобразуем уравнение:

$$\frac{-2\sin^2x - 5\sin x + 3}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0; \quad \frac{(2\sin x - 1)(\sin x + 3)}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0.$$

Поскольку $\sin x + 3 \neq 0$, получаем:

$$2\sin x - 1 = 0; \quad \sin x = \frac{1}{2}.$$

Учитывая, что $\cos x \neq \frac{\sqrt{3}}{2}$, находим: $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

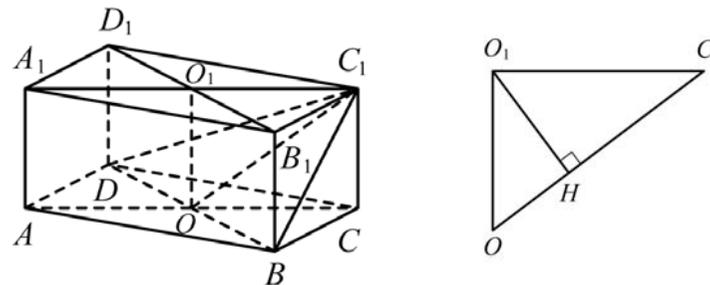
Ответ: $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Верно найдены все значения переменной x , при которых равен нулю числитель, но отбор найденных значений либо не произведен, либо произведен неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

C2 Основанием прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб $ABCD$, $AB = 10$, $BD = 12$. Высота призмы равна 6. Найдите расстояние от центра грани $A_1 B_1 C_1 D_1$ до плоскости BDC_1 .

Решение:

Пусть O_1 – центр грани $A_1 B_1 C_1 D_1$. Плоскость $AA_1 C_1$ пересекает плоскость BDC_1 по прямой $C_1 O$, где O – середина отрезка BD . Прямая BD перпендикулярна плоскости $AA_1 C_1$ поскольку перпендикулярна прямым AO и AC . Следовательно, плоскости $AA_1 C_1$ и BDC_1 перпендикулярны. Поэтому расстояние от точки O_1 до плоскости BDC_1 равно высоте $O_1 H$ прямоугольного треугольника $OO_1 C_1$.



Из условия следует, что $OO_1 = 6$, $O_1 D_1 = 6$, $O_1 C_1 = \sqrt{C_1 D_1^2 - O_1 D_1^2} = 8$. Отсюда

$$O_1 H = \frac{O_1 C_1 \cdot OO_1}{\sqrt{O_1 C_1^2 + OO_1^2}} = \frac{8 \cdot 6}{10} = 4,8.$$

Ответ: 4,8.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Задача обоснованно сведена к планиметрической, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

С3

$$\text{Решить неравенство } \frac{(x^2+x)\log_8(x^2+4x-4)}{|x-2|} \geq \frac{\log_8(-x^2-4x+4)^6}{x-2}.$$

Решение.

Преобразуем неравенство:

$$\frac{(x^2+x)\log_8(x^2+4x-4)}{|x-2|} \geq \frac{6\log_8(x^2+4x-4)}{x-2}.$$

Если $x > 2$, то

$$\frac{(x^2+x-6)\log_8(x^2+4x-4)}{x-2} \geq 0; \quad \frac{(x-2)(x+3)\log_8(x^2+4x-4)}{x-2} \geq 0;$$

$$\begin{cases} \log_8(x^2+4x-4) \geq 0, \\ x > 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+4x-4 \geq 1, \\ x > 2; \end{cases} \quad \begin{cases} (x-1)(x+5) \geq 0, \\ x > 2; \end{cases} \quad x > 2.$$

Если $x < 2$, то

$$\frac{(x^2+x+6)\log_8(x^2+4x-4)}{2-x} \geq 0; \quad \frac{\log_8(x^2+4x-4)}{2-x} \geq 0;$$

$$\begin{cases} \log_8(x^2+4x-4) \geq 0, \\ x < 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+4x-4 \geq 1, \\ x < 2; \end{cases} \quad \begin{cases} (x-1)(x+5) \geq 0, \\ x < 2; \end{cases}$$

откуда $x \in (-\infty; -5] \cup [1; 2)$.**Ответ:** $(-\infty; -5]; [1; 2); (2; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	3
Решение содержит ошибку в решении квадратного неравенства в одном из двух случаев: $x > 2$ или $x < 2$	2
Неравенство решено только в одном из двух случаев: $x > 2$ или $x < 2$; или для обоих случаев получены верные квадратные неравенства относительно x	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

С4

Расстояние между параллельными прямыми равно 6. На одной из них лежит вершина C , на другой — основание AB равнобедренного треугольника ABC . Известно, что $AB = 16$. Найдите расстояние между центрами окружностей, одна из которых вписана в треугольник ABC , а вторая касается данных параллельных прямых и боковой стороны треугольника ABC .

Решение:

Пусть CH — высота треугольника ABC , r и Q — радиус и центр вписанной окружности. $CH = 6$, $AH = 8$, поэтому $AC = 10$. Найдём площадь, полупериметр и радиус вписанной окружности треугольника ABC :

$$S = \frac{CH \cdot AB}{2} = \frac{6 \cdot 16}{2} = 48, \quad p = \frac{1}{2}(AC + AB + CB) = AC + AH = 18.$$

Тогда $r = \frac{S}{p} = \frac{8}{3}$. Кроме того, по теореме Пифагора

$$AQ = \sqrt{AH^2 + QH^2} = \sqrt{64 + \frac{64}{9}} = \frac{8\sqrt{10}}{3}.$$

Пусть окружность с центром в точке O касается боковой стороны AC равнобедренного треугольника ABC и данных параллельных прямых. Радиус этой окружности равен 3, поскольку он вдвое меньше расстояния между прямыми. Точку касания окружности с прямой AB обозначим M .

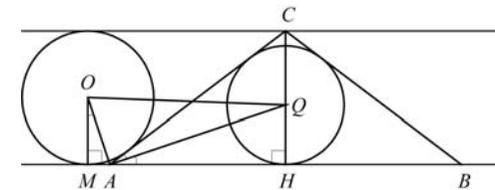


Рис. 1

Пусть точки B и M лежат по разные стороны от точки A (рис. 1). Центр окружности, вписанной в угол, лежит на его биссектрисе, поэтому AO и AQ — биссектрисы смежных углов $\angle MAC$ и $\angle CAB$ соответственно. Значит, угол $\angle OAQ = 90^\circ$, и $\angle MOA = \angle QAH$, поскольку эти углы образованы парами соответственно перпендикулярных прямых. Следовательно, прямоугольные треугольники OMA и AHQ подобны с коэффициентом $\frac{OM}{AH} = \frac{3}{8}$. Поэтому

$$OQ = \sqrt{OA^2 + AQ^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{8}AQ\right)^2 + AQ^2} = \sqrt{\frac{9}{64} + 1} \cdot AQ = \frac{\sqrt{73}}{8} \cdot \frac{8\sqrt{10}}{3} = \frac{\sqrt{730}}{3}.$$

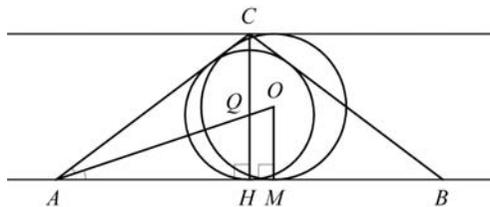


Рис. 2

Пусть точки B и M лежат по одну сторону от точки A (рис. 2). Центр окружности, вписанной в угол, лежит на его биссектрисе, поэтому лучи AO и AQ совпадают и являются биссектрисой угла $\angle MAC$. Значит, прямоугольные треугольники AOM и AQH подобны с коэффициентом $\frac{OM}{QH} = \frac{3}{8} = \frac{9}{8}$. Тогда

$$OQ = AO - AQ = \frac{9}{8}AQ - AQ = \frac{1}{8}AQ = \frac{1}{8} \cdot \frac{8\sqrt{10}}{3} = \frac{\sqrt{10}}{3}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{730}}{3}, \frac{\sqrt{10}}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены обе точки пересечения и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна точка пересечения, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна точка пересечения, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1	62
B2	10
B3	7
B4	15
B5	4823
B6	4

№ задания	Ответ
B7	4
B8	0,25
B9	41
B10	3
B11	11
B12	56175

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1	127
B2	15
B3	43
B4	18
B5	2535
B6	10

№ задания	Ответ
B7	-0,4
B8	-1,25
B9	35
B10	7
B11	15
B12	33390