

Ответы и критерии проверки варианта №1

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	4
2	2
3	3
4	-2
5	$\sqrt{\frac{5}{\pi}}$
6	3
7	$\frac{1}{a-b}$
8	1
9	0; 4
10	213
11	3
12	$x > 5,8$
13	$x \leq 0,6$
14	3
15	1
16	4
17	$\frac{1}{6}$
18	0

Решения, ответы, и критерии проверки заданий части 2

19 Решите уравнение $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$.

Решение. $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$, $x(x^2 - 4x + 4) = 0$, $x(x - 2)^2 = 0$.

Корни этого уравнения: $x = 0$, $x = 2$.

Ответ: $x = 0$, $x = 2$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно выполнено разложение на множители и получен один верный корень	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Решите неравенство $(\sqrt{17} - 4,5)x < 9 - 2\sqrt{17}$.

Решение. $\sqrt{17} < 4,5$, так как $17 < 20,25$, следовательно, $x > \frac{2(4,5 - \sqrt{17})}{\sqrt{17} - 4,5}$, откуда получаем: $x > -2$.

Ответ: $x > -2$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	3
Верно оценено значение коэффициента при x , верно выполнено деление обеих частей неравенства (изменен знак неравенства), но дробное выражение не сокращено или сокращено с потерей знака	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 21 Найдите значение выражения $\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{4 \cdot 36^5}$.

Решение.

$$\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{4 \cdot 36^5} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{2^2 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{2^2 \cdot (2 \cdot 3)^{10}} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{3^{10} \cdot 2^{12}} = 2^3 = 8.$$

Ответ: 8.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно применены свойства степеней, но получен ошибочный ответ типа $2^3 = 6$	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 22 При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ x - y = -3, \\ x + 2y = p \end{cases}$$

имеет решение?

Решение. Решением системы уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ x - y = -3 \end{cases}$ является пара чисел: $\begin{cases} x = -1, \\ y = 2. \end{cases}$

Подставляя найденные значения в третье уравнение исходной системы получаем: $p = 3$.

Ответ: $p = 3$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при нахождении значения параметра	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 23 Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу развернулся и пошел назад. Какую часть пути от А до В проплывет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде втрое больше скорости течения реки?

Решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $3x - x = 2x$ км/ч, а по течению $3x + x = 4x$ км/ч. Скорость сближения катера и плота равна $x + 2x = 3x$ км/ч. Встреча произошла через $\frac{S}{3x}$ ч. За это время плот проплыл $x \cdot \frac{S}{3x} = \frac{S}{3}$ км, а катер — $\frac{2S}{3}$ км. Обратный путь катер пройдет за $\frac{2S}{3} : 4x = \frac{S}{6x}$ ч. Плот за это время проплывет расстояние, равное $x \cdot \frac{S}{6x} = \frac{S}{6}$ км, а всего он проплывет $\frac{S}{3} + \frac{S}{6} = \frac{S}{2}$ км, где S — расстояние между А и В.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена одна ошибка в нахождении части пути от А до В, пройденного плотом	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Ответы и критерии проверки варианта № 2

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	2
2	33 120
3	1
4	7,5
5	$\frac{U}{I}$
6	2
7	$\frac{2m^2 - 5}{2m}$
8	4
9	1; 3
10	231
11	1
12	$x > 2$
13	$x \leq 2,2$
14	2
15	2
16	Борис, на 20 минут
17	$\frac{5}{18}$
18	1

Решения, ответы, и критерии проверки заданий части 2

19 Решите уравнение $x^3 - 9x = 0$.

Решение. $x^3 - 9x = 0$, $x(x^2 - 9) = 0$, $x(x - 3)(x + 3) = 0$.

Корни этого уравнения: $x = 0$, $x = -3$, $x = 3$.

Ответ: $x = -3$, $x = 0$, $x = 3$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно выполнено разложение на множители и получен один корень	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Решите неравенство $(\sqrt{13} - 3,5)x < 7 - 2\sqrt{13}$.

Решение. $\sqrt{13} > 3,5$, так как $13 > 12,25$, следовательно, $x < \frac{2(3,5 - \sqrt{13})}{\sqrt{13} - 3,5}$, откуда получаем: $x < -2$.

Ответ: $x < -2$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	3
Верно оценено значение коэффициента при x , верно выполнено деление обеих частей неравенства (не изменен знак неравенства), но дробное выражение не сокращено или сокращено с потерей знака	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 21 Найдите значение выражения $\frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{4 \cdot 36^5}$.

Решение.

$$\frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{4 \cdot 36^5} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{2^2 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{2^2 \cdot (2 \cdot 3)^{10}} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{3^{10} \cdot 2^{12}} = 3^2 = 9.$$

Ответ: 9.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно применены свойства степеней, но получен ошибочный ответ типа $3^2 = 6$	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 22 При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + y = 4, \\ 2x - y = p \end{cases}$$

имеет решение?

Решение. Решением системы уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + y = 4 \end{cases}$ является пара чисел: $\begin{cases} x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$

Подставляя найденные значения в третье уравнение исходной системы получаем: $p = 5$.

Ответ: $p = 5$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при нахождении значения параметра	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 23 Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно с ним из пункта А вышел катер. Дойдя до В, катер сразу же развернулся и пошел назад. Какую часть пути от А до В проплывет плот к моменту встречи с катером, если скорость катера в стоячей воде втрое больше скорости течения реки?

Решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера по течению равна $3x + x = 4x$ км/ч, а против течения $3x - x = 2x$ км/ч. Время движения катера до В — $\frac{S}{4x}$ ч. За это время плот проплыл $x \cdot \frac{S}{4x} = \frac{S}{4}$ км. Скорость сближения катера с плотом $2x + x = 3x$ км/ч, тогда время сближения $\frac{3S}{4} : 3x = \frac{S}{4x}$ ч. Плот за это время проплывет расстояние, равное $x \cdot \frac{S}{4x} = \frac{S}{4}$ км, а всего он проплывет $\frac{S}{4} + \frac{S}{4} = \frac{S}{2}$ км, где S — расстояние между А и В.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена одна ошибка в нахождении части пути от А до В, пройденного плотом	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Ответы и критерии проверки варианта №3**Ответы к заданиям части 1**

Номер задания	Правильный ответ
1	321
2	4
3	3
4	120°
5	$\frac{1}{6}$
6	12 и 13
7	3
8	3
9	$\sqrt{\frac{S}{\pi}}$
10	$\frac{1}{a-b}$
11	61°
12	0; 4
13	$x > 5,8$
14	(-2; 1)
15	2
16	B, F
17	1
18	70 км/ч

Решения, ответы, и критерии проверки заданий части 2

19 Найдите значение выражения $\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{4 \cdot 36^5}$.

Решение.

$$\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{4 \cdot 36^5} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{2^2 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{2^2 \cdot (2 \cdot 3)^{10}} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{3^{10} \cdot 2^{12}} = 2^3 = 8.$$

Ответ: 8.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степеней, но получен ошибочный ответ типа $2^3 = 6$	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 20** Из пункта А в пункт В, расположенные на расстоянии 100 км, отправился автобус со скоростью 36 км/ч. Как только автобус проехал пятую часть пути, вслед за ним выехала машина. В пункт В они прибыли одновременно. Найдите скорость машины (в км/ч).

Решение. Пусть скорость машины x км/ч. Время движения машины $\frac{100}{x}$ ч.

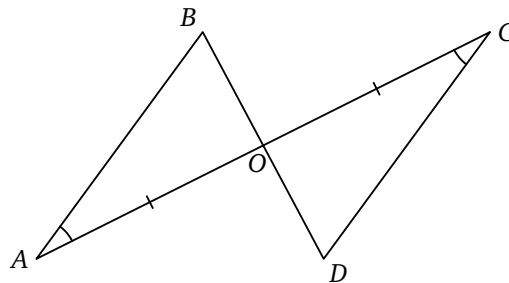
Автобусу осталось проехать четыре пятых пути, т. е. 80 км, со скоростью 36 км/ч. Оставшееся время движения автобуса $\frac{80}{36}$ ч.

Так как автобус и машина прибыли одновременно в пункт В, то $\frac{100}{x} = \frac{80}{36}$, откуда $x = 45$ км/ч.

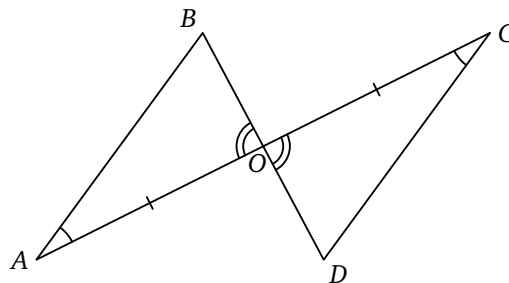
Ответ: 45.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при решении уравнения	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 21** Отрезки AC и BD пересекаются в точке O , $AO = OC$ и $\angle A = \angle C$. Докажите равенство треугольников AOB и COD .



Решение. Треугольники AOB и COD равны по второму признаку равенства треугольников ($AO = CO$, $\angle OAB = \angle OCD$, $\angle AOB = \angle COD$).



Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Решение не доведено до конца, но доказано, что прямые AB и CD параллельны	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ x - y = -3, \\ x + 2y = p \end{cases}$$

имеет решение?

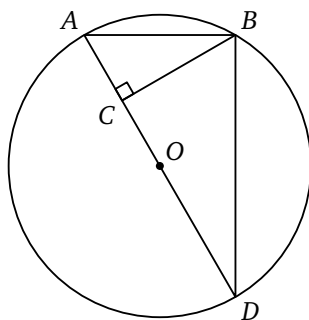
Решение. Решением системы уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ x - y = -3 \end{cases}$ является пара чисел: $\begin{cases} x = -1, \\ y = 2. \end{cases}$

Подставляя найденные значения в третье уравнение исходной системы, получаем: $p = 3$.

Ответ: $p = 3$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при нахождении значения параметра	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна 2 и является хордой некоторой окружности. Катет AC равен 1 и лежит внутри окружности, а его продолжение пересекает окружность в точке D , причем $CD = 3$. Найдите радиус окружности.



Решение. В прямоугольном треугольнике ABC катет BC равен $\sqrt{3}$.

В прямоугольном треугольнике BCD гипотенуза BD равна $\sqrt{12}$.

В треугольнике ABD : $AD^2 = AB^2 + BD^2$, так как $4^2 = 2^2 + (\sqrt{12})^2$, т. е. $\angle B = 90^\circ$.

Треугольник ABD — прямоугольный, следовательно, радиус описанной окружности равен половине гипотенузы. Радиус равен 2.

Ответ: 2.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, доказано, что треугольник ABD прямоугольный, но радиус описанной окружности не найден	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Ответы и критерии проверки варианта № 4**Ответы к заданиям части 1**

Номер задания	Правильный ответ
1	1,5
2	2
3	33 120
4	9000
5	$\frac{5}{18}$
6	13 и 14
7	2
8	1
9	$\frac{U}{I}$
10	$\frac{2m^2 - 5}{2m}$
11	144°
12	1; 3
13	$x > 2$
14	(1; 3)
15	1, 3, 4
16	$\sqrt{10}$
17	2
18	Борис, на 20 минут

Решения, ответы, и критерии проверки заданий части 2

19 Найдите значение выражения $\frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{4 \cdot 36^5}$.

Решение.

$$\frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{4 \cdot 36^5} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{2^2 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{2^2 \cdot (2 \cdot 3)^{10}} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{3^{10} \cdot 2^{12}} = 3^2 = 9.$$

Ответ: 9.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степеней, но получен ошибочный ответ типа $3^2 = 6$	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 20** Из пункта А в пункт В, расположенные на расстоянии 100 км, отправился автобус со скоростью 42 км/ч. Как только автобус проехал четверть пути, вслед за ним выехала машина. В пункт В они прибыли одновременно. Найдите скорость машины (в км/ч).

Решение. Пусть скорость машины x км/ч. Время движения машины $\frac{100}{x}$ ч.

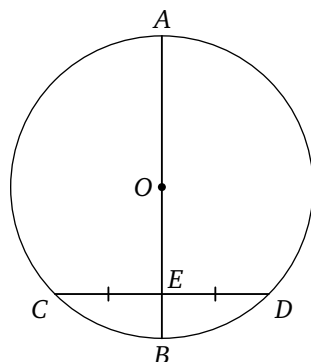
Автобусу осталось проехать три четвертых пути, т. е. 75 км, со скоростью 42 км/ч. Оставшееся время движения автобуса $\frac{75}{42}$ ч.

Так как автобус и машина прибыли одновременно в пункт В, то $\frac{100}{x} = \frac{75}{42}$, откуда $x = 56$ км/ч.

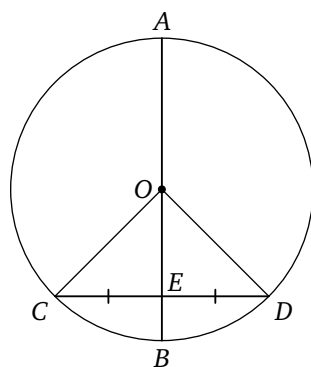
Ответ: 56.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при решении уравнения	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 21** Докажите, что диаметр, проведенный через середину хорды той же окружности, отличной от диаметра, перпендикулярен этой хорде.



Решение. Пусть AB — диаметр окружности с центром O , проходящий через середину E хорды CD , отличной от диаметра. Докажем, что прямые AB и CD перпендикулярны.



Действительно, в равнобедренном треугольнике OCD отрезок OE является медианой и, следовательно, высотой. Значит, диаметр AB перпендикулярен хорде CD .

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Рассмотрен нужный треугольник и доказано, что медиана является высотой, но не сделан вывод про диаметр	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + y = 4, \\ 2x - y = p \end{cases}$$

имеет решение?

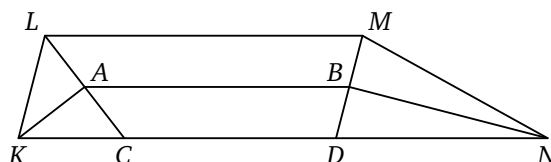
Решение. Решением системы уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + y = 4 \end{cases}$ является пара чисел: $\begin{cases} x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$

Подставляя найденные значения в третье уравнение исходной системы, получаем: $p = 5$.

Ответ: $p = 5$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при нахождении значения параметра	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Основания трапеции равны 6 и 10, а боковые стороны равны 2 и 4. Биссектрисы углов при одной боковой стороне пересекаются в точке A , а при другой — в точке B . Найдите AB .



Решение. LC — биссектриса угла KLM , следовательно, треугольник KLC равнобедренный с основанием LC . AK — высота, биссектриса и медиана.

Аналогично, NB — высота, биссектриса и медиана треугольника MND .

$KC = LK$; $MN = ND$, т. е. $CD = KN - (KC + ND)$. В трапеции $CLMD$ AB — средняя линия. $CD = 4$; $LM = 6$, тогда $AB = 5$.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный: доказано, что точки A и B лежат на средней линии трапеции	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0