

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**19** Сократите дробь  $\frac{5^2 \cdot 100^n}{2^{2n} \cdot 5^{2n}}$ .

**Решение:**

$$\frac{5^2 \cdot 100^n}{2^{2n} \cdot 5^{2n}} = \frac{5^2 \cdot (2 \cdot 5)^{2n}}{2^{2n} \cdot 5^{2n}} = \frac{5^{2n+2} \cdot 2^{2n}}{2^{2n} \cdot 5^{2n}} = 5^{2n+2-2n} = 5^2 = 25.$$

**Ответ:** 25.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степени с целым показателем, но допущена вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**20** Моторная лодка прошла против течения реки 80 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 1 час меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**Решение.** Пусть  $x$  км/ч – скорость моторной лодки в неподвижной воде,  $(x+2)$  км/ч – скорость лодки по течению реки,  $(x-2)$  км/ч – скорость лодки против течения реки. Тогда время, затраченное моторной лодкой на путь против течения реки, равно  $\frac{80}{x-2}$  часам, что, по условию задачи, на 1 час больше, чем время, затраченное моторной лодкой на путь по течению реки, равное  $\frac{80}{x+2}$  часам. Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{80}{x-2} - \frac{80}{x+2} &= 1; \\ x^2 &= 324, x \neq \pm 2; \\ x_1 &= -18, x_2 = 18. \end{aligned}$$

$x = -18$  не удовлетворяет условию задачи ( $x > 0$ ). Поэтому  $x = 18$ . Значит, скорость моторной лодки в неподвижной воде равна 18 км/ч.

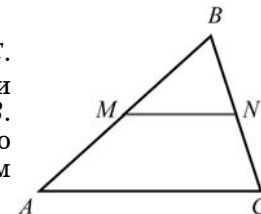
**Ответ:** 18 км/ч.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**21** В треугольнике  $ABC$  проведена средняя линия  $MN$  ( $M \in AB$ ,  $N \in BC$ ). Докажите подобие треугольников  $MBN$  и  $ABC$ .

**Решение.**

По свойству средней линии треугольника  $MN \parallel AC$ . Поэтому углы  $BMN$  и  $BAC$  равны как соответственные при параллельных прямых  $MN$  и  $AC$  и секущей  $AB$ . Следовательно, треугольники  $MBN$  и  $ABC$  подобны по первому признаку подобия треугольников – по двум углам (угол  $B$  – общий по условию).



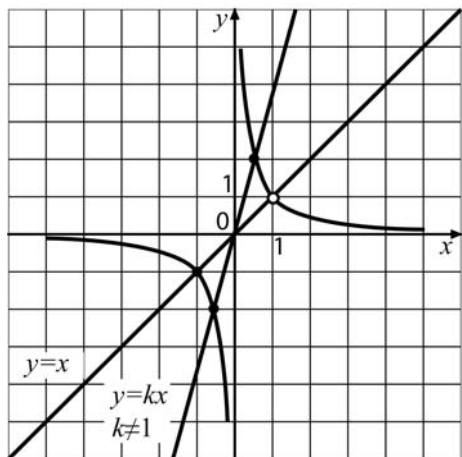
Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Решение не доведено до конца, но доказано, что углы треугольников равны	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**22** Постройте график функции  $y = \frac{x-1}{x^2-x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Решение.**

$$\frac{x-1}{x^2-x} = \frac{x-1}{x(x-1)} = \frac{1}{x}, x \neq 1.$$

Следовательно, графиком данной функции является гипербола  $y = \frac{1}{x}$  с выколотой точкой (1; 1).



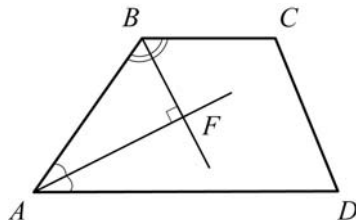
Значит, прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку при  $k = 1$  (см. рисунок). При любых других значениях  $k \neq 0$  данная прямая всегда пересекает график функции в двух точках; при  $k \leq 0$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком данной функции ни одной общей точки.

**Ответ:** при  $k = 1$ .

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не указано значение параметра $k$	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**23** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF = 24$  см,  $BF = 10$  см.

**Решение.** Так как основания трапеции  $AD$  и  $BC$  параллельны, то углы  $DAB$  и  $CBA$  – односторонние при параллельных прямых  $AD$  и  $BC$  и секущей  $AB$ . Значит, сумма их градусных мер равна  $180^\circ$  (см. рисунок).



По условию  $AF$  и  $BF$  – биссектрисы углов  $DAB$  и  $CBA$  соответственно, следовательно,

$$\angle BAF + \angle ABF = \frac{1}{2} \angle DAB + \frac{1}{2} \angle CBA = \frac{1}{2} (\angle DAB + \angle CBA) = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ.$$

Значит, треугольник  $ABF$  – прямоугольный с катетами  $AF = 24$  см,  $BF = 10$  см и гипотенузой

$$AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26 \text{ см.}$$

**Ответ:** 26 см.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**19** Сократите дробь  $\frac{2^{2n} \cdot 9^n}{2^2 \cdot 36^n}$ .

**Решение:**

$$\frac{2^{2n} \cdot 9^n}{2^2 \cdot 36^n} = \frac{2^{2n} \cdot 3^{2n}}{2^2 \cdot 6^{2n}} = \frac{6^{2n}}{4 \cdot 6^{2n}} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

**Ответ:** 0,25.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степени с целым показателем, но допущена вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**20** Теплоход проходит по течению до пункта назначения 160 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 18 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается ровно через сутки после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

**Решение.** Пусть  $x$  км/ч – скорость течения реки,  $(18 + x)$  км/ч – скорость теплохода по течению реки,  $(18 - x)$  км/ч – скорость теплохода против течения реки. Тогда время, затраченное теплоходом на путь по течению реки, равно  $\frac{160}{18 + x}$  часам, время, затраченное теплоходом на путь против течения реки, равно  $\frac{160}{18 - x}$  часам. Значит, с учетом стоянки 6 часов, на путь туда и обратно теплоход затратил  $24 - 6 = 18$  часов:

$$\begin{aligned} \frac{160}{18 + x} + \frac{160}{18 - x} &= 18; \\ x^2 &= 4, \quad x \neq \pm 18; \\ x_1 &= -2, \quad x_2 = 2. \end{aligned}$$

$x = -2$  не удовлетворяет условию задачи  $x > 0$ . Поэтому  $x = 2$ . Значит, скорость течения реки равна 2 км/ч.

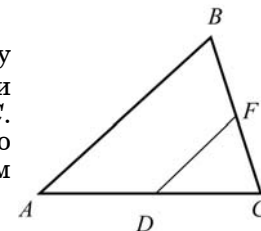
**Ответ:** 2 км/ч.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**21** В треугольнике  $ABC$  проведена средняя линия  $DF$  ( $D \in AC$ ,  $F \in BC$ ). Докажите подобие треугольников  $DFC$  и  $ABC$ .

**Решение.**

По свойству средней линии треугольника  $DF \parallel AB$ . Поэтому углы  $DFC$  и  $ABC$  равны как соответственные при параллельных прямых  $DF$  и  $AB$  и секущей  $BC$ . Следовательно, треугольники  $DFC$  и  $ABC$  подобны по первому признаку подобия треугольников – по двум углам (угол  $C$  – общий по условию).



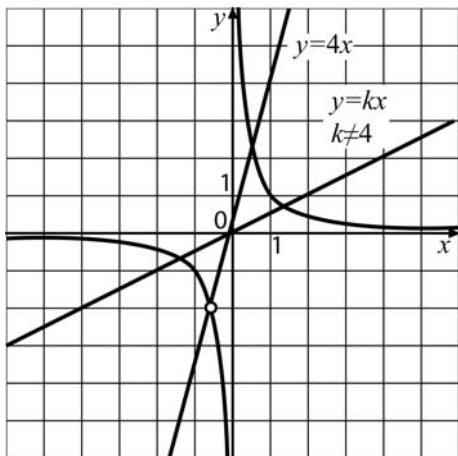
Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Решение не доведено до конца, но доказано, что углы треугольников равны	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**22** Постройте график функции  $y = \frac{2x + 1}{2x^2 + x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Решение.**

$$\frac{2x + 1}{2x^2 + x} = \frac{2x + 1}{x(2x + 1)} = \frac{1}{x}, \quad x \neq -\frac{1}{2}.$$

Следовательно, графиком данной функции является гипербола  $y = \frac{1}{x}$  с выколотой точкой  $\left(-\frac{1}{2}; -2\right)$ .



Значит, прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку при  $k = 4$  (см. рисунок). При любых других значениях  $k \neq 0$  данная прямая пересекает график функции в двух точках; при  $k \leq 0$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком данной функции ни одной общей точки.

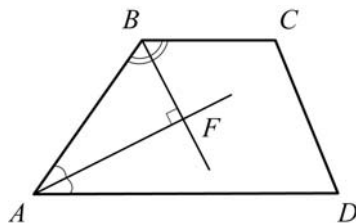
**Ответ:**

при  $k = 4$ .

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не указано значение параметра $k$	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**23** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF = 24$  см,  $BF = 18$  см.

**Решение.** Так как основания трапеции  $AD$  и  $BC$  параллельны, то углы  $DAB$  и  $CBA$  – внутренние односторонние при параллельных прямых  $AD$  и  $BC$  и секущей  $AB$ . Значит, сумма их градусных мер равна  $180^\circ$  (см. рисунок).



По условию  $AF$  и  $BF$  – биссектрисы углов  $DAB$  и  $CBA$  соответственно, следовательно,

$$\angle BAF + \angle ABF = \frac{1}{2} \angle DAB + \frac{1}{2} \angle CBA = \frac{1}{2} (\angle DAB + \angle CBA) = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ.$$

Значит, треугольник  $ABF$  – прямоугольный с катетами  $AF = 24$  см,  $BF = 18$  см и гипотенузой

$$AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{24^2 + 18^2} = \sqrt{900} = 30 \text{ см.}$$

**Ответ:** 30 см.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

## Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	2
2	672
3	81 и 26
4	2
5	0,4
6	2
7	13 и 14
8	2
9	14

№ задания	Ответ
10	-1/6;1/4
11	10,5
12	3
13	124
14	-8
15	-0,1
16	12,8
17	13
18	4

## Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	4
2	3552
3	17 и 78
4	2
5	0,4
6	4
7	2
8	4
9	12

№ задания	Ответ
10	-1/7;1/3
11	8
12	1
13	24
14	-6
15	-85
16	30,34
17	4
18	3

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом****19** Решите уравнение  $(5x + 2)^4 = (3x + 4)^4$ .**Решение.**

$$(5x + 2)^4 = (3x + 4)^4; \quad 5x + 2 = 3x + 4 \text{ или } 5x + 2 = -(3x + 4); \quad x = 1 \text{ или } x = -\frac{3}{4}.$$

Корни этого уравнения:  $x = 1, x = -\frac{3}{4}$ .**Ответ:**  $-\frac{3}{4}; 1$ .

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Рассмотрен один случай и получен один верный корень	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**20** Решите неравенство  $(\sqrt{26} - 4, 9)(9 - 10x) < 0$ .**Решение.** Так как  $\sqrt{26} > \sqrt{25} = 5 > 4, 9$ , то  $\sqrt{26} - 4, 9 > 0$ . Следовательно, исходное неравенство равносильно неравенству:  $9 - 10x < 0, 10x > 9, x > 0, 9$ .**Ответ:**  $x > 0, 9$ .

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно оценен числовой множитель, при делении обеих частей неравенства на положительное число не изменен знак неравенства, но при решении равносильного неравенства допущена вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**21** Какие из чисел 500, 501, 502, 503, 504 являются членами последовательности, общий член которой задан формулой  $a_n = 5n + 3$ ?**Решение.** Формулой  $a_n = 5n + 3$  задаются натуральные числа, большие или равные 8 ( $a_1 = 5 \cdot 1 + 3 = 8$ ), при делении на 5 дающие остаток 3.Среди предложенных чисел таким свойством обладает только число 503 ( $503 = 5 \cdot 10 + 3$ ).**Ответ:** 503.

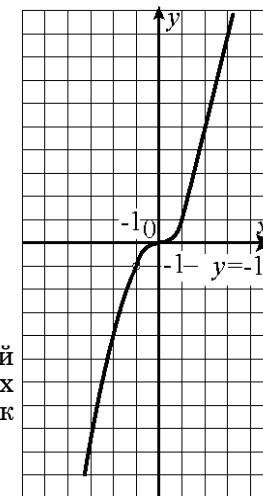
Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ (возможно другое объяснение)	3
Получен верный ответ, нет объяснения, что выбранное число – искомое	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**22**Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + x)|x|}{x + 1}$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  не имеет с графиком ни одной общей точки.**Решение.**

$$\frac{(x^2 + x)|x|}{x + 1} = \frac{x(x + 1)|x|}{x + 1} = x|x|, \quad x \neq -1.$$

Следовательно,

$$y = \begin{cases} x^2, & x \geq 0, \\ -x^2, & x < 0, \quad x \neq -1. \end{cases}$$

Значит, прямая  $y = c$  не имеет с графиком ни одной общей точки при  $c = -1$  (см. рисунок). При любых других значениях  $c$  данная прямая всегда пересекает график функции в одной точке.**Ответ:** при  $c = -1$ .

Содержание критерия оценивания	Балл
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не указано значение параметра $c$	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**23** Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 48 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба?

**Решение.** Пусть первая труба пропускает  $x$  литров в минуту, вторая –  $(x+4)$  литра в минуту. Тогда время, затраченное первой трубой на заполнение объема 48 литров, равно  $\frac{48}{x}$  минут, что, по условию задачи, на 2 минуты дольше, чем время, затраченное второй трубой на заполнение объема 48 литров, равное  $\frac{48}{x+4}$  минутам. Поэтому

$$\frac{48}{x} - \frac{48}{x+4} = 2;$$

$$x^2 + 4x - 96 = 0, x \neq 0, x \neq -4;$$

$$x_1 = -12, x_2 = 8.$$

$x = -12$  не удовлетворяет условию задачи  $x > 0$ . Поэтому  $x = 8$ .

Значит, первая труба пропускает 8 литров в минуту.

**Ответ:** 8 л.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом****19** Решите уравнение  $(6x - 1)^6 = (4x - 2)^6$ .**Решение.**  $(6x - 1)^6 = (4x - 2)^6$ ;  $6x - 1 = 4x - 2$  или  $6x - 1 = -(4x - 2)$ ;  $x = -0,5$  или  $x = 0,3$ .Корни этого уравнения:  $x = -0,5$ ,  $x = 0,3$ .**Ответ:**  $-0,5$ ;  $0,3$ .

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Рассмотрен один случай и получен один верный корень	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**20** Решите неравенство  $(\sqrt{35} - 6, 1)(9x - 3) > 0$ .**Решение.** Так как  $\sqrt{35} < \sqrt{36} = 6 < 6,1$ , то  $\sqrt{35} - 6,1 < 0$ .

Следовательно, исходное неравенство равносильно неравенству:

$$9x - 3 < 0, 9x < 3, x < \frac{1}{3}.$$

**Ответ:**  $x < \frac{1}{3}$ .

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно оценен числовой множитель, при делении обеих частей неравенства на отрицательное число изменен знак неравенства, но при решении равносильного неравенства допущена вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**21** Какие из чисел 600, 601, 602, 603, 604 являются членами последовательности, общий член которой задан формулой  $a_n = 6n - 3$ ?**Решение.** Формулой  $a_n = 6n - 3$  задаются натуральные числа, большие или равные 3 ( $a_1 = 6 \cdot 1 - 3 = 3$ ), при делении на 6 дающие остаток 3. Среди предложенных чисел таким свойством обладает только число 603 ( $603 = 6 \cdot 101 - 3$ ).**Ответ:** 603.

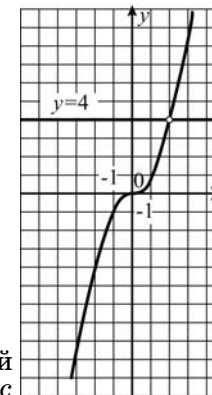
Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ (возможно другое объяснение)	3
Получен верный ответ, нет объяснения, что выбранное число – искомое	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**22**Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 - 2x)|x|}{x - 2}$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  не имеет с графиком ни одной общей точки.**Решение.**

$$\frac{(x^2 - 2x)|x|}{x - 2} = \frac{x(x - 2)|x|}{x - 2} = x|x|, \quad x \neq 2.$$

Следовательно,

$$y = \begin{cases} x^2, & x \geq 0, x \neq 2, \\ -x^2, & x < 0. \end{cases}$$

Значит, прямая  $y = c$  не имеет с графиком ни одной общей точки при  $c = 4$  (см. рисунок). При любых других значениях  $c$  данная прямая всегда пересекает график функции в одной точке.**Ответ:** при  $c = 4$ .



Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не указано значение параметра $c$	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**23** Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 400 литров она заполняет на 2 часа 20 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 900 литров?

**Решение.** Пусть первая труба пропускает  $x$  литров в минуту, вторая –  $(x+5)$  литра в минуту. Тогда время, затраченное первой трубой на заполнение объема 900 литров, равно  $\frac{900}{x}$  минут, что, по условию задачи, на 2 часа 20 минут = 140 минут больше, чем время, затраченное второй трубой на заполнение объема 400 литров, равное  $\frac{400}{x+5}$  минутам. Поэтому

$$\frac{900}{x} - \frac{400}{x+5} = 140;$$

$$7x^2 + 10x - 225 = 0, x \neq 0, x \neq -5;$$

$$x_1 = -\frac{45}{7}, x_2 = 5.$$

$x = -\frac{45}{7}$  не удовлетворяет условию задачи  $x > 0$ .

Поэтому  $x = 5$ . Тогда  $x + 5 = 10$ .

Значит, вторая труба пропускает 10 литров в минуту.

**Ответ:** 10 л.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка или в ответе указана пропускная скорость первой трубы	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

**Ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
1	2
2	1
3	2
4	3
5	5
6	1
7	0,5
8	-1; 15
9	3

№ задания	Ответ
10	312
11	2
12	125
13	2
14	(3; 10)
15	12,8
16	Андрей, на 20 секунд
17	2/3
18	321

**Ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
1	4
2	3
3	2
4	2
5	1
6	4
7	5
8	-10; 0
9	3

№ задания	Ответ
10	321
11	1
12	1/3
13	1
14	(1; 1,5)
15	30,34
16	Алексей, на 40 секунд
17	0,2675
18	312