

**Тренировочная работа №3**  
**по МАТЕМАТИКЕ**

**12 апреля 2011 года**

**11 класс**

**Вариант № 1**

Район \_\_\_\_\_

Город (населенный пункт) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (В1–В12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и записать ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

***Желаем успеха!***

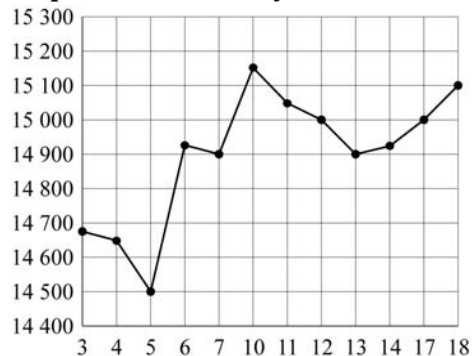
Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

**В1** Выпускники 11 "А" покупают букеты цветов для последнего звонка: из 5 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 18 учителям (включая директора и классного руководителя), розы продаются по цене 30 рублей за штуку. Сколько рублей выпускники потратят на покупку роз?

Ответ:

**В2** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену олова на момент закрытия торгов в период с 6 по 17 сентября (в долларах США за тонну).



Ответ:

**В3** Найдите корень уравнения  $\log_7(2x + 7) = 2$ .

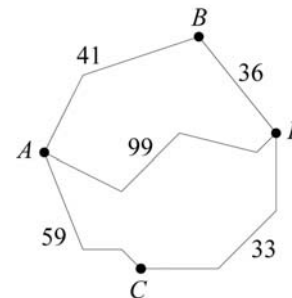
Ответ:

**В4** В параллелограмме  $ABCD$  высота, опущенная на сторону  $AB$ , равна 18,  $\sin A = \frac{3}{8}$ . Найдите  $AD$ .

Ответ:

**В5** Из пункта  $A$  в пункт  $D$  ведут три дороги. Через пункт  $B$  едет грузовик со средней скоростью 44 км/ч, через пункт  $C$  едет автобус со средней скоростью 46 км/ч. Третья дорога — без промежуточных пунктов, и по ней движется легковой автомобиль со средней скоростью 66 км/ч. На рисунке показана схема дорог и расстояние в километрах между пунктами по дорогам.

Все три автомобиля одновременно выехали из  $A$ . Какой автомобиль добрался до  $D$  позже других? В ответе укажите, сколько часов он находился в дороге.



Ответ:

**В6** На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.

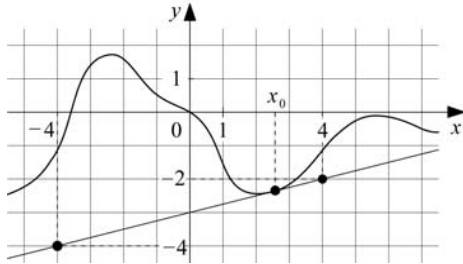


Ответ:

**В7** Найдите значение выражения  $21\sin^2\alpha$ , если  $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{\frac{3}{11}}$ .

Ответ:

**В8** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ:

**В9** Диагональ куба равна 21. Найдите площадь его поверхности.

Ответ:

**В10** По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в Амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ , где  $\varepsilon$  — ЭДС источника (в Вольтах),  $r = 2$  (Ом) — его внутреннее сопротивление,  $R$  — сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 25% от силы тока короткого замыкания  $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$ ? (Ответ выразите в Омах.)

Ответ:

**В11** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x-5)^2(x+2) - 7$  на отрезке  $[4; 6]$ .

Ответ:

**В12** Расстояние между городами А и В равно 380 км. Из города А в город В со скоростью 50 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Ответ:

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания С1–С4 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**С1** Решите уравнение  $\sqrt{\sin x \cos x} \left( \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} + 1 \right) = 0$ .

**С2** В основании прямой треугольной призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$  лежит равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AB$ , равной  $2\sqrt{10}$ ; высота призмы равна  $2\sqrt{5}$ . Найдите расстояние от точки  $C_1$  до плоскости  $BCM$ , где  $M$  — середина ребра  $A_1 C_1$ .

**С3** Решите неравенство  $(2x+1)\log_5 10 + \log_5 \left( 4^x - \frac{1}{10} \right) \leq 2x - 1$ .

**С4** Дан треугольник  $ABC$  со сторонами  $AB = 13$ ,  $AC = 5$  и  $BC = 12$ . На стороне  $BC$  взята точка  $D$ , а на отрезке  $AD$  — точка  $O$ , причем  $CD = 4$  и  $AO = 3 \cdot OD$ . Окружность с центром  $O$  проходит через точку  $C$ . Найдите расстояние от точки  $C$  до точки пересечения этой окружности с прямой  $AB$ .

**Тренировочная работа №3**  
по МАТЕМАТИКЕ

12 апреля 2011 года

11 класс

Вариант № 2

Район \_\_\_\_\_

Город (населенный пункт) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (В1–В12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и записать ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

***Желаем успеха!***

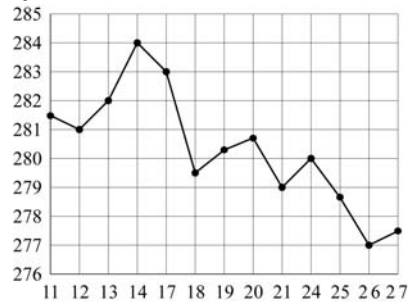
## Часть 1

**Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.**

- В1** Выпускники 11 "А" покупают букеты цветов для последнего звонка: из 7 роз каждому учителю и из 9 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 19 учителям (включая директора и классного руководителя), розы продаются по цене 35 рублей за штуку. Сколько рублей выпускники потратят на покупку роз?

**Ответ:**

- В2** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 11 по 27 июля 2000 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену золота на момент закрытия торгов в период 14 по 24 июля (в долларах США за унцию).



**Ответ:**

- В3** Найдите корень уравнения  $\log_{11}(5x - 9) = 2$ .

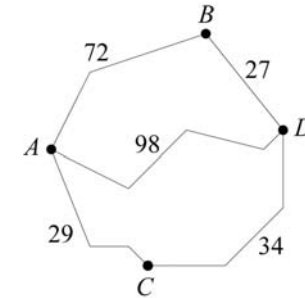
**Ответ:**

- В4** В параллелограмме  $ABCD$  высота, опущенная на сторону  $AB$ , равна 6,  $\sin A = \frac{2}{7}$ . Найдите  $AD$ .

**Ответ:**

- В5** Из пункта  $A$  в пункт  $D$  ведут три дороги. Через пункт  $B$  едет грузовик со средней скоростью 44 км/ч, через пункт  $C$  едет автобус со средней скоростью 42 км/ч. Третья дорога — без промежуточных пунктов, и по ней движется легковой автомобиль со средней скоростью 56 км/ч. На рисунке показана схема дорог и расстояние в километрах между пунктами по дорогам.

Все три автомобиля одновременно выехали из  $A$ . Какой автомобиль добрался до  $D$  позже других? В ответе укажите, сколько часов он находился в дороге.



**Ответ:**

- В6** На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см  $\times$  1 см изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.

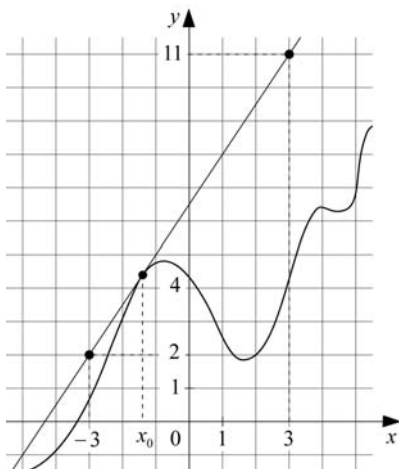


**Ответ:**

**B7** Найдите значение выражения  $9\cos^2\alpha$ , если  $\operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{\frac{4}{11}}$ .

Ответ:

**B8** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ:

**B9** Диагональ куба равна 22. Найдите площадь его поверхности.

Ответ:

**B10** По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в Амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ , где  $\varepsilon$  — ЭДС источника (в Вольтах),  $r = 2$  (Ом) — его внутреннее сопротивление,  $R$  — сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 32% от силы тока короткого замыкания  $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$ ? (Ответ выразите в Омах.)

Ответ:

**B11** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x+7)^2(x-3) + 4$  на отрезке  $[-8; -6]$ .

Ответ:

**B12** Расстояние между городами А и В равно 430 км. Из города А в город В со скоростью 70 км/ч выехал первый автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 75 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Ответ:

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** Решите уравнение  $\sqrt{\cos^2 x - \sin^2 x}(\operatorname{tg} 2x - 1) = 0$ .

**C2** Ребро основания правильной треугольной призмы  $LMNL_1M_1N_1$  равно её высоте и равно  $2\sqrt{5}$ . Найдите расстояние от точки  $L_1$  до плоскости  $LM_1T$ , где  $T$  — середина ребра  $L_1N_1$ .

**C3** Решите неравенство  $(x+1)\log_3 6 + \log_3\left(2^x - \frac{1}{6}\right) \leq x - 1$ .

**C4** Дан треугольник  $ABC$  со сторонами  $AB = 29$ ,  $AC = 20$  и  $BC = 21$ . На стороне  $BC$  взята точка  $D$ , а на отрезке  $AD$  — точка  $O$ , причем  $CD = 7$  и  $AO = 3 \cdot OD$ . Окружность с центром  $O$  проходит через точку  $C$ . Найдите расстояние от точки  $C$  до точки пересечения этой окружности с прямой  $AB$ .

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**C1** Решите уравнение  $\sqrt{\sin x \cos x} \left( \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} + 1 \right) = 0$ .

**Решение:**

Преобразуем уравнение:  $\sqrt{\frac{1}{2} \sin 2x} \left( \frac{\operatorname{tg} 2x + 1}{\operatorname{tg} 2x} \right) = 0$ .

1 случай:  $\begin{cases} \sin 2x = 0, \\ \operatorname{tg} 2x \neq 0. \end{cases}$  Решений нет.

2 случай:  $\begin{cases} \operatorname{tg} 2x + 1 = 0, \\ \sin 2x \geq 0, \\ \operatorname{tg} 2x \neq 0, \end{cases}$  откуда  $\begin{cases} \operatorname{tg} 2x = -1, \\ \sin 2x > 0. \end{cases}$

Из уравнения  $\operatorname{tg} 2x = -1$  находим:  $2x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$ . Условие  $\sin 2x > 0$  выполняется только при

$$2x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z. \text{ Значит } x = \frac{3\pi}{8} + \pi k, k \in Z.$$

**Ответ:**  $\frac{3\pi}{8} + \pi k, k \in Z$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Верно найдены все значения переменной $x$ , при которых равен нулю первый множитель или второй множитель, но отбор найденных значений либо не произведен, либо произведен неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**C2** В основании прямой треугольной призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$  лежит равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AB$ , равной  $2\sqrt{10}$ ; высота призмы равна  $2\sqrt{5}$ . Найдите расстояние от точки  $C_1$  до плоскости  $BCM$ , где  $M$  – середина ребра  $A_1 C_1$ .

**Решение:**

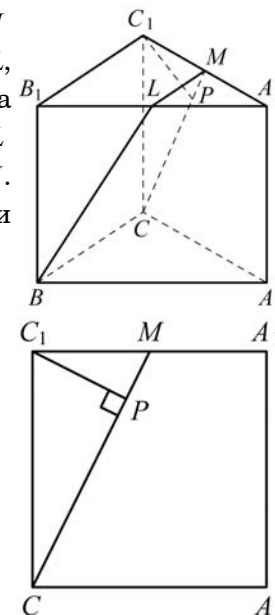
Пусть  $C_1 P$  – высота треугольника  $CC_1 M$ . Плоскость  $BCM$  пересекает плоскость  $A_1 B_1 C_1$  по прямой  $ML$ , параллельной прямым  $BC$  и  $B_1 C_1$ . Поскольку призма прямая и  $\angle BCA = \angle B_1 C_1 A_1 = 90^\circ$ , прямая  $ML$  перпендикулярна плоскости  $ACC_1$ , и, значит,  $C_1 P \perp BCM$ . Отсюда следует, что расстояние от точки  $C_1$  до плоскости  $BCM$  равно длине отрезка  $C_1 P$ .

Найдем  $C_1 P$  из треугольника  $CC_1 M$ .

$$C_1 M = \frac{1}{2} A_1 C_1 = \frac{1}{2} AB \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}.$$

По теореме Пифагора  $CM^2 = CC_1^2 + C_1 M^2$ ;  $CM = 5$ . Теперь:

$$C_1 P = \frac{C_1 C \cdot C_1 M}{CM} = \frac{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{5} = 2.$$



**Ответ:** 2.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Задача обоснованно сведена к планиметрической, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**С3** Решите неравенство  $(2x + 1)\log_5 10 + \log_5 \left(4^x - \frac{1}{10}\right) \leq 2x - 1$ .

**Решение:**

Перейдем к неравенству

$$\log_5 \left( 10^{2x+1} \cdot \left( 4^x - \frac{1}{10} \right) \right) \leq \log_5 5^{2x-1};$$

$$\begin{cases} 4^x - \frac{1}{10} > 0, \\ 10^{2x+1} \cdot \left( 4^x - \frac{1}{10} \right) \leq 5^{2x-1}. \end{cases}$$

Решим второе неравенство системы:

$$10 \cdot 10^{2x} \cdot \left( 4^x - \frac{1}{10} \right) \leq \frac{5^{2x}}{5};$$

$$4^x \cdot \left( 4^x - \frac{1}{10} \right) \leq \frac{1}{50}.$$

Сделаем замену  $y = 4^x$ .  $y^2 - \frac{1}{10}y - \frac{1}{50} \leq 0$ ;  $-\frac{1}{10} \leq y \leq \frac{1}{5}$ .

Учитывая первое неравенство системы, получаем:

$$\frac{1}{10} < 4^x \leq \frac{1}{5}; \quad -\log_4 10 < x \leq -\log_4 5.$$

**Ответ:**  $(-\log_4 10; -\log_4 5]$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	3
Решение содержит обоснованный переход от исходного неравенства к квадратному неравенству, при решении которого допущены вычислительные неточности, в результате которых ответ может быть неверным	2
Или верно найдены все значения переменной, при которых неравенство имеет смысл и произведен верный переход к неравенству относительно $4^x$ ; Или без верного учета положительности выражений под знаками логарифмов получено показательное неравенство, являющееся следствием исходного неравенства	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

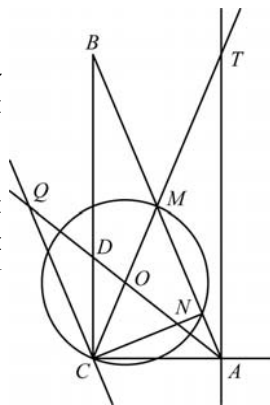


**С4** Дан треугольник  $ABC$  со сторонами  $AB = 13$ ,  $AC = 5$  и  $BC = 12$ . На стороне  $BC$  взята точка  $D$ , а на отрезке  $AD$  – точка  $O$ , причем  $CD = 4$  и  $AO = 3 \cdot OD$ . Окружность с центром  $O$  проходит через точку  $C$ . Найдите расстояние от точки  $C$  до точки пересечения этой окружности с прямой  $AB$ .

**Решение:**

Проведем через вершину  $A$  прямую, параллельную  $BC$ .

Пусть  $T$  – точка ее пересечения с прямой  $CO$ , а  $M$  – точка пересечения  $AB$  и  $CT$ . Треугольник  $AOT$  подобен треугольнику  $DOC$  с коэффициентом  $\frac{AO}{OD} = 3$ , поэтому  $AT = 3CD = 12$ . Значит, треугольник  $AMT$  равен треугольнику  $BMC$  по стороне и двум прилежащим к ней углам. Тогда  $M$  – середина отрезка  $AB$ . Следовательно,  $CM$  – медиана треугольника  $ABC$ .



Через вершину  $C$  проведем прямую, параллельную  $AB$ . Пусть  $Q$  – точка ее пересечения с прямой  $AO$ .

Треугольник  $CDQ$  подобен треугольнику  $BDA$  с коэффициентом  $\frac{CD}{DB} = \frac{1}{2}$ , поэтому  $CQ = \frac{1}{2}AB = 6,5 = AM$ . Тогда треугольники  $AMO$  и  $QCO$  равны по стороне и двум прилежащим к ней углам. Поэтому  $O$  – середина  $CM$ .

Окружность с центром  $O$  проходит через точку  $C$ , и при этом  $OM = OC$ . Следовательно,  $OM$  – радиус этой окружности. Поскольку треугольник  $ABC$  прямоугольный,  $CM = \frac{1}{2}AB = 6,5$ , а точка  $M$  – одна из точек пересечения прямой  $AB$  и окружности.

Пусть  $N$  – вторая точка пересечения окружности с прямой  $AB$ . Тогда угол  $CNM$  – вписанный и опирающийся на диаметр  $CM$ , так что  $CN \perp AB$ , то есть  $CN$  – высота треугольника  $ABC$ . Отсюда

$$CN = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{5 \cdot 12}{13} = \frac{60}{13}.$$

**Ответ:** 6,5 или  $\frac{60}{13}$ .

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены обе точки пересечения и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна точка пересечения, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна точка пересечения, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**C1** Решите уравнение  $\sqrt{\cos^2 x - \sin^2 x}(\operatorname{tg} 2x - 1) = 0$ .

**Решение:**

Преобразуем уравнение  $\sqrt{\cos 2x}(\operatorname{tg} 2x - 1) = 0$ .

1 случай:  $\cos 2x = 0$ . Тогда выражение  $\operatorname{tg} 2x$  не имеет смысла.

2 случай:  $\begin{cases} \operatorname{tg} 2x - 1 = 0, \\ \cos 2x \geq 0; \end{cases} \operatorname{tg} 2x = 1; 2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z.$

Условие  $\cos 2x \geq 0$  выполняется при  $2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$ .

Значит,  $x = \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in Z$ .

**Ответ:**  $\frac{\pi}{8} + \pi k, k \in Z$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Верно найдены все значения переменной $x$ , при которых равен нулю первый множитель или второй множитель, но отбор найденных значений либо не произведен, либо произведен неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**C2** Ребро основания правильной треугольной призмы  $LMN L_1 M_1 N_1$  равно её высоте и равно  $2\sqrt{5}$ . Найдите расстояние от точки  $L_1$  до плоскости  $LM_1 T$ , где  $T$  – середина ребра  $L_1 N_1$ .

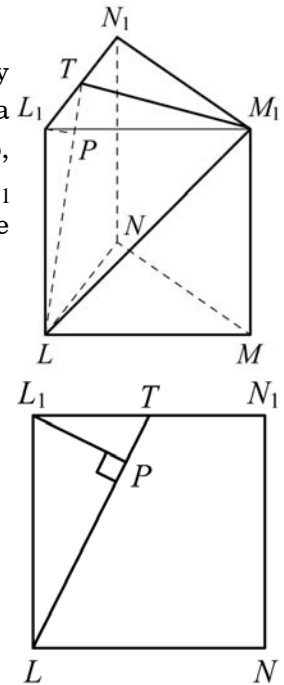
**Решение:**

Пусть  $L_1 P$  – высота треугольника  $LL_1 T$ . Поскольку призма прямая, прямая  $M_1 T$  перпендикулярна плоскости  $LN N_1$  и, значит,  $M_1 T \perp L_1 P$ . Следовательно,  $L_1 P \perp LM_1 T$ . Отсюда следует, что расстояние от точки  $L_1$  до плоскости  $LM_1 T$  равно длине отрезка  $L_1 P$ . По теореме Пифагора  $LT^2 = LL_1^2 + L_1 T^2, LT = 5$ .

Теперь:

$$L_1 P = \frac{L_1 L \cdot L_1 T}{LT} = \frac{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{5} = 2.$$

**Ответ:** 2.



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Задача обоснованно сведена к планиметрической, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**С3**

Решите неравенство  $(x + 1)\log_3 6 + \log_3 \left(2^x - \frac{1}{6}\right) \leq x - 1$ .

**Решение:**

Перейдем к неравенству

$$\log_3 \left(6^{x+1} \cdot \left(2^x - \frac{1}{6}\right)\right) \leq \log_3 3^{x-1};$$

$$\begin{cases} 2^x - \frac{1}{6} > 0, \\ 6^{x+1} \cdot \left(2^x - \frac{1}{6}\right) \leq 3^{x-1}. \end{cases}$$

Решим второе неравенство системы:

$$2^x \cdot \left(2^x - \frac{1}{6}\right) \leq \frac{1}{18}.$$

Сделаем замену  $y = 2^x$ :

$$y^2 - \frac{1}{6}y - \frac{1}{18} \leq 0; -\frac{1}{6} \leq y \leq \frac{1}{3}.$$

Учитывая первое неравенство системы, получаем:

$$\frac{1}{6} < 2^x \leq \frac{1}{3}; -\log_2 6 < x \leq -\log_2 3.$$

**Ответ:**  $(-\log_2 6; -\log_2 3]$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	3
Решение содержит обоснованный переход от исходного неравенства к квадратному неравенству, при решении которого допущены вычислительные неточности, в результате которых ответ может быть неверным	2
Или верно найдены все значения переменной, при которых неравенство имеет смысл и произведен верный переход к неравенству относительно $2^x$ ; Или без верного учета положительности выражений под знаками логарифмов получено квадратное неравенство, являющееся следствием исходного неравенства	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3

**С4** Дан треугольник  $ABC$  со сторонами  $AB = 29$ ,  $AC = 20$  и  $BC = 21$ . На стороне  $BC$  взята точка  $D$ , а на отрезке  $AD$  – точка  $O$ , причем  $CD = 7$  и  $AO = 3 \cdot OD$ . Окружность с центром  $O$  проходит через точку  $C$ . Найдите расстояние от точки  $C$  до точки пересечения этой окружности с прямой  $AB$ .

**Решение:**

Проведем через вершину  $A$  прямую, параллельную  $BC$ . Пусть  $T$  – точка ее пересечения с прямой  $CO$ , а  $M$  – точка пересечения  $AB$  и  $CT$ . Треугольник  $AOT$  подобен треугольнику  $DOC$  с коэффициентом  $\frac{AO}{OD} = 3$ , поэтому  $AT = 3CD = 21$ .

Значит, треугольник  $AMT$  равен треугольнику  $BMC$  по стороне и двум прилежащим к ней углам. Тогда  $M$  – середина отрезка  $AB$ . Следовательно,  $CM$  – медиана треугольника  $ABC$ .

Через вершину  $C$  проведем прямую, параллельную  $AB$ . Пусть  $Q$  – точка ее пересечения с прямой  $AO$ . Треугольник  $CDQ$  подобен треугольнику  $BDA$  с коэффициентом  $\frac{CD}{DB} = \frac{1}{2}$ , поэтому  $CQ = \frac{1}{2}AB = 14,5 = AM$ .

Тогда треугольники  $AMO$  и  $QCO$  равны по стороне и двум прилежащим к ней углам. Поэтому  $O$  – середина  $CM$ .

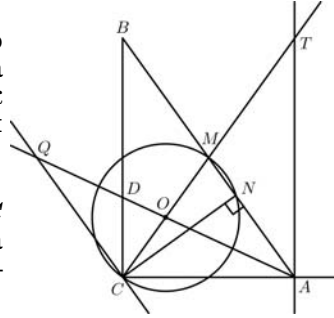
Окружность с центром  $O$  проходит через точку  $C$ , и при этом  $OM = OC$ . Следовательно,  $OM$  – радиус этой окружности. Поскольку треугольник  $ABC$  прямоугольный,  $CM = \frac{1}{2}AB = 14,5$ , а точка  $M$  – одна из точек

пересечения прямой  $AB$  и окружности.

Пусть  $N$  – вторая точка пересечения окружности с прямой  $AB$ . Тогда угол  $CNM$  – вписанный и опирающийся на диаметр  $CM$ , так что  $CN \perp AB$ , то есть  $CN$  – высота треугольника  $ABC$ . Отсюда

$$CN = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{20 \cdot 21}{29} = \frac{420}{29}.$$

**Ответ:** 14,5 или  $\frac{420}{29}$ .



Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены обе точки пересечения и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна точка пересечения, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна точка пересечения, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3

**Ответы к заданиям с кратким ответом**

<b>№ задания</b>	<b>Ответ</b>
B1	2820
B2	14900
B3	21
B4	48
B5	2
B6	26

<b>№ задания</b>	<b>Ответ</b>
B7	4,5
B8	0,25
B9	882
B10	6
B11	-7
B12	200

**Ответы к заданиям с кратким ответом**

<b>№ задания</b>	<b>Ответ</b>
B1	4795
B2	279
B3	26
B4	21
B5	2,25
B6	13

<b>№ задания</b>	<b>Ответ</b>
B7	2,4
B8	1,5
B9	968
B10	4,25
B11	-7
B12	280