Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1	4
B2	12000
B3	-24
B4	0,8
B5	2100
B6	15

№ задания	Ответ
B7	847
B8	0,25
B9	2
B10	6000
B11	-1
B12	12

© МИОО, 2009 г.

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
B1	12
B2	-21
B3	15
B4	15
B5	6900
B6	14

№ задания	Ответ
B7	2
B8	-1
B9	2
B10	50
B11	8
B12	44

© МИОО, 2009 г.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

С1 Решите систему $\begin{cases} 25^{tgx} + 5^{tgx+1} - 50 = 0, \\ \sqrt{2\cos x} + 2y = 3\sqrt[4]{2}\ . \end{cases}$

Решение:

Решим первое уравнение. Пусть $z = 5^{tgx}$. Тогда $z^2 + 5z - 50 = 0$. Корни $z = -10; z = 5$.

Уравнение $5^{tgx} = -10$ не имеет решений.

Из уравнения $5^{tgx} = 5$ находим: $tgx = 1$.

Из второго уравнения следует, что $\cos x \geq 0$, значит $x = \dfrac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$.

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Тогда $\sqrt{2 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2}} + 2y = 3\sqrt[4]{2}$;

$2y = 2\sqrt[4]{2}$;

$y = \sqrt[4]{2}$.

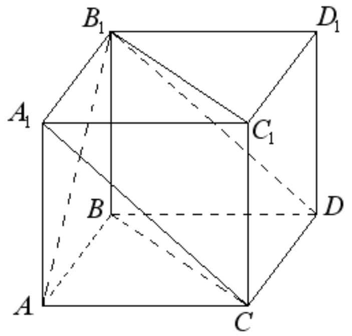
Ответ: $\left(\dfrac{\pi}{4} + 2\pi k, \sqrt[4]{2}\right), k \in Z$.

Содержание критерия	Баллы
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Получен ответ, возможно, неверный, но только из-за того, что в решение включена посторонняя серия.	1
Обоснованно получен правильный ответ.	2

© МИОО, 2009 г.

С2 Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 8. Высота этой призмы равна 6. Найти угол между прямыми CA_1 и AB_1.

Решение:



Рассмотрим призму в основании которой лежит ромб $ABCD$.

Эта призма является прямым параллелепипедом. Поэтому $B_1D \parallel A_1C$. Значит, искомый угол AB_1D.

Из прямоугольного треугольника AA_1B_1 находим: $AB_1 = 10$. Аналогично, $B_1D = 10$. В равнобедренном треугольнике AB_1D сторона AD равна $8\sqrt{3}$.

Значит, $\angle AB_1D = 2\arcsin\dfrac{AD}{2 \cdot AB} = 2\arcsin\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$.

Комментарий. Для нахождения угла можно было воспользоваться теоремой косинусов:

$AD^2 = AB_1^2 + B_1D^2 - 2AB_1 \cdot B_1D \cdot \cos AB_1D$;

$64 \cdot 3 = 100 + 100 - 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos AB_1D$;

$\cos AB_1D = 0,04$;

$\angle AB_1D = \arccos 0,04$.

Ответ: $2\arcsin\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$ или $\arccos 0,04$.

Содержание критерия	Баллы
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Обоснованно получен правильный ответ.	2

© МИОО, 2009 г.

С3 Решите неравенство $\log_{6x^2-5x+1}2 > \log_{\sqrt{6x^2-5x+1}}2$.

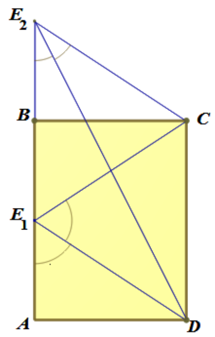
Сделаем замену переменной: пусть $a = 6x^2 - 5x + 1$. Неравенство принимает вид $\frac{1}{\log_2 a} > \frac{1}{\log_2 \sqrt{a}}$; $\frac{1}{\log_2 a} > \frac{2}{\log_2 a}$; $\log_2 a < 0$.

Составим систему $\begin{cases} 6x^2 - 5x + 1 < 1, \\ 6x^2 - 5x + 1 > 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x(6x-5) < 0, \\ (2x-1)(3x-1) > 0. \end{cases}$

Решение системы: $0 < x < \frac{1}{3}$ или $\frac{1}{2} < x < \frac{5}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Решение содержит верные преобразования, но в ответе либо потеряны верные промежутки, либо приобретены лишние промежутки.	1
Ответ или отличается от верного конечным числом точек, или при правильном рассуждении неверен из-за арифметической ошибки.	2
Обоснованно получен правильный ответ.	3

С4 В прямоугольнике $ABCD$, $AB = 2$ $BC = \sqrt{3}$. Точка E на прямой AB выбрана так, что $\angle AED = \angle DEC$. Найдите AE.



Сделаем рисунок. По свойству параллельных прямых $\angle AED = \angle EDC$. Следовательно, треугольник DEC равнобедренный, и $EC = CD = 2$. Получаем, что треугольник EBC – прямоугольный с гипотенузой $EC = 2$ и катетом $BC = \sqrt{3}$. По теореме Пифагора $BE = 1$. Точка E может лежать как по одну, так и по другую сторону от точки B.

1. Если E лежит между A и B (точка E_1 на рисунке), то $AE = 1$.

2. Если B лежит между A и E (точка E_2 на рисунке), то $AE = 3$.

Ответ: 1 и 3.

© МИОО, 2009 г.

Содержание критерия	Баллы
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, в которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации, и получен правильный ответ.	3

© МИОО, 2009 г.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

С1 Решите систему $\begin{cases} 25^{tgx-1}+5^{tgx-1}-2=0, \\ \sqrt{-2\sin x}-4y=5\sqrt[4]{2}. \end{cases}$

Решим первое уравнение. Пусть $z=5^{tgx-1}$. Тогда $z^2+z-2=0$. Корни $z=1; z=-2$.

Уравнение $5^{tgx-1}=-2$ не имеет решений.

Из уравнения $5^{tgx-1}=1$ находим: $tgx=1$.

Из второго уравнения следует, что $\sin x \le 0$, значит $x=\dfrac{5\pi}{4}+2\pi k,\ k\in Z$.

Поэтому $\sin x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Тогда $\sqrt{-2\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)}-4y=5\sqrt[4]{2}$;

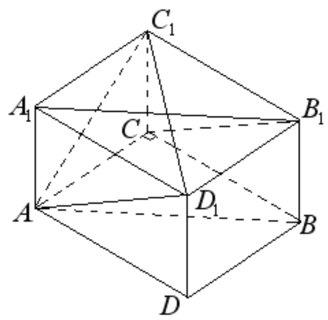
$4y=-4\sqrt[4]{2}$.

$y=-\sqrt[4]{2}$.

Ответ: $\left(\dfrac{5\pi}{4}+2\pi k, -\sqrt[4]{2}\right), k\in Z$.

Содержание критерия	Баллы
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Получен ответ, возможно, неверный, но только из-за того, что в решение включена посторонняя серия.	1
Обоснованно получен правильный ответ.	2

С2 В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB, равной $8\sqrt{2}$. Высота призмы равна 6. Найдите угол между прямыми AC_1 и CB_1.



Достроим призму до прямоугольного параллелепипеда с основанием $ABCD$ и верхним основанием $A_1B_1C_1D_1$.

$AD_1 \parallel CB_1$, поэтому искомый угол C_1AD_1.

Из прямоугольного треугольника ACB находим: $AC=8$. Значит, AD тоже равно 8.

Из прямоугольных треугольников ACC_1 и ADD_1 получаем: $AC_1=AD_1=10$, а диагональ C_1D_1 квадрата $A_1B_1C_1D_1$ равна $8\sqrt{2}$.

Из равнобедренного треугольника C_1AD_1 получаем:

$\angle C_1AD_1=2\arcsin\dfrac{CD_1}{2AC_1}=2\arcsin\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$.

Комментарий. Для нахождения угла можно воспользоваться теоремой косинусов:

$C_1D_1=AC_1^2+AD_1^2-2AC_1\cdot AD_1\cdot\cos C_1AD_1$;

$128=100+100-2\cdot10\cdot10\cdot\cos C_1AD_1$;

$\cos C_1AD_1=\dfrac{9}{25}=0,36$.

Ответ: $2\arcsin\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$ или $\arccos 0,36$.

Содержание критерия	Баллы
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Обоснованно получен правильный ответ.	2

С3 Решите неравенство $\dfrac{1}{6x^2-5x} \geq \dfrac{1}{\sqrt{6x^2-5x+1}-1}$.

Решение:

Сделаем замену переменных. Пусть $a=\sqrt{6x^2-5x+1}$. Получаем систему неравенств:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{a^2-1} \geq \dfrac{1}{a-1}, \\ a \geq 0. \end{cases}$$

Решим первое неравенство системы: $\dfrac{a}{a^2-1} \leq 0$, откуда, учитывая, что $a \geq 0$, получаем: $0 \leq a < 1$.

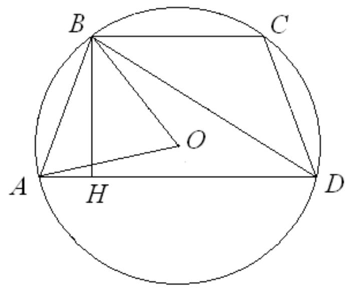
Следовательно, $\begin{cases} 6x^2-5x+1<1, \\ 6x^2-5x+1 \geq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x(6x-5)<0, \\ (2x-1)(3x-1) \geq 0. \end{cases}$

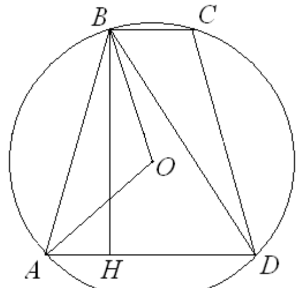
Решение системы: $0 < x \leq \dfrac{1}{3}$ или $\dfrac{1}{2} \leq x < \dfrac{5}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Решение содержит верные преобразования, но в ответе либо потеряны верные промежутки, либо приобретены лишние промежутки.	1
Ответ или отличается от верного конечным числом точек, или при правильном рассуждении неверен из-за арифметической ошибки.	2
Обоснованно получен правильный ответ.	3

С4 Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана в окружность с центром O. Найдите высоту трапеции, если её средняя линия равна 3 и $\sin\angle AOB = \dfrac{3}{5}$.

Сделаем рисунки для двух случаев: когда $\alpha = \angle AOB$ – острый угол и когда α – угол тупой.





Проведем высоту BH и диагональ BD. Отрезок HD равен средней линии. Из прямоугольного треугольника BHD найдем высоту: $BH = HD \cdot BDA = 3tg\dfrac{\alpha}{2}$.

Последнее равенство верно, поскольку вписанный угол BDA в два раза меньше центрального угла AOB. Воспользуемся формулой тангенса половинного угла: $BH = 3\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$.

1. Если $\alpha < 90°$, то $\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$, и $BH = 3 \cdot \dfrac{\frac{3}{5}}{1+\frac{4}{5}} = 1$.

2. Если $\alpha > 90°$, то $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$, то $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$, и $BH = 3 \cdot \dfrac{\frac{3}{5}}{1-\frac{4}{5}} = 9$.

Ответ: 9 или 1.

Содержание критерия	Баллы
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных ниже.	0
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, в которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации, и получен правильный ответ.	3